

МАТЕМАТИКА

УДК 517.55
MSC 05A10
краткое сообщение

DOI 10.52575/2687-0959-2022-54-2-81-88

О ЛИНЕЙНО ВЫПУКЛЫХ ОБЛАСТЯХ ГАРТОГСА В \mathbb{C}^2 , ИМЕЮЩИХ ФРАКТАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ

В. П. Кривоколеско 

(Статья представлена членом редакционной коллегии В. Б. Васильевым)

Сибирский Федеральный Университет,
г. Красноярск, 660041, Россия

E-mail: krivokolesko@gmail.com

Аннотация. В семидесятых годах прошлого века было доказано, что ограниченная линейно выпуклая область с гладкой границей в \mathbb{C}^n гомеоморфна открытому шару. Если граница ограниченной линейно выпуклой области в \mathbb{C}^n не является гладкой, то область может иметь разный топологический тип. Только при $n = 2$ проекция комплексной плоскости $a_1z_1 + \dots + a_nz_n + c = 0$ на диаграмму Гартогса (Хартогса) в \mathbb{C}^n с плоскостью симметрии $z_n = 0$ имеет простой геометрический вид: является круговым конусом с вершиной на плоскости $z_2 = 0$. Этот факт позволяет строить линейно выпуклые области Гартогса в \mathbb{C}^2 с плоскостью симметрии $z_2 = 0$, проекция которых на диаграмму Гартогса имеет фрактальную структуру.

Ключевые слова: линейная выпуклость, области Гартогса, фрактальная структура

Для цитирования: Кривоколеско В. П. 2022. О линейно выпуклых областях Гартогса в \mathbb{C}^2 , имеющих фрактальную структуру. Прикладная математика & Физика. 54(2): 81–88. DOI 10.52575/2687-0959-2022-54-2-81-88

ON LINEARLY CONVEX HARTOGS REGIONS IN \mathbb{C}^2 , WITH FRACTAL STRUCTURE

Viacheslav Krivokolesko 

(Article submitted by a member of the editorial board V. B. Vasilyev)

Associate Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics, Institute of Mathematics and Fundamental Informatics, Siberian Federal University, Svobodny 79, Krasnoyarsk, 660041, Russia

E-mail: krivokolesko@gmail.com

Received March, 14, 2022

Abstract. In the 1970s, it was proved that a bounded linearly convex domain with a smooth boundary in \mathbb{C}^n is homeomorphic to an open ball. If the boundary of a bounded linearly convex domain in \mathbb{C}^n is not smooth, then the domain may have different topological types. Only for $n = 2$ complex plane projection $a_1z_1 + \dots + a_nz_n + c = 0$ to the Hartogs (Hartogs) diagram in \mathbb{C}^n with symmetry plane $z_n = 0$ has a simple geometric form: it is a circular cone with vertex on the plane $z_2 = 0$. This fact allows one to construct linearly convex Hartogs domains in \mathbb{C}^2 with symmetry plane $z_2 = 0$, whose projection onto the Hartogs diagram has a fractal structure.

Key words: linear convex, Hartogs regions, fractal structure

For citation: Viacheslav Krivokolesko. 2022. On linearly Convex Hartogs region in \mathbb{C}^2 , with fractal structure. Applied Mathematics & Physics. 54(2): 81–88. (in Russian) DOI 10.52575/2687-0959-2022-54-2-81-88

1. Введение. В статье [4] было показано, что ограниченная линейно выпуклая область с гладкой границей в \mathbb{C}^n гомеоморфна открытому шару в \mathbb{C}^n . Если границы таких областей не являются гладкими, то ограниченные линейно выпуклые области могут иметь разный топологический тип, более того, можно построить полукруговые линейно выпуклые области, проекция которых на диаграмму Гартогса имеет фрактальную структуру.

Статья состоит из введения и двух частей (параграфов). Первая часть содержит необходимые определения и критерий линейной выпуклости для областей Гартогса в \mathbb{C}^2 . Во второй части приводится описание процессов построения ограниченных линейно выпуклых областей Гартогса в \mathbb{C}^2 , имеющих фрактальную структуру.

2. Необходимые определения.

Определение 2.1. Область $G \subset \mathbb{C}^n$ называется линейно выпуклой ([1], §8), если для каждой точки ζ её границы ∂G существует комплексно $(n-1)$ -мерная аналитическая плоскость

$$a_1(z_1 - \zeta_1) + \dots + a_n(z_n - \zeta_n) = 0,$$

проходящая через ζ и не пересекающая G .

Отметим, что некоторые авторы используют термин «слабая линейная выпуклость»: например, см. [5].

Определение 2.2. Множество $G \subset \mathbb{C}^n$ называется множеством Гартогса (Хартогса) относительно переменной z_n с плоскостью симметрии $z_n = 0$, если вместе с точкой $(z_1, \dots, z_{n-1}, z_n) \in G$ этому множеству принадлежат и все точки $(z_1, \dots, z_{n-1}, z_n e^{i\varphi})$, $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Замечание 2.1. Приведенное определение дано аналогично определению области Гартогса ([3], §1). Отметим, что в книге В. С. Владимировой ([2], стр. 63) наряду с термином «области Гартогса» применяется термин «полукруговые области» как равнозначный термин.

Следуя [3], рассмотрим проекцию \mathbb{C}^n на диаграмму Гартогса по правилу

$$\pi : (z_1, \dots, z_{n-1}, z_n) \rightarrow (z_1, \dots, z_{n-1}, |z_n|).$$

Проекция π позволяет вместе с множествами Гартогса в $G \subset \mathbb{C}^n$ рассматривать и $\pi(G)$ – изображения G в $\mathbb{R}^{(2n-1)}$.

Предложение 2.1. Проекция π переводит плоскость

$$a_1 z_1 + a_2 z_2 + c = 0 \tag{1}$$

при $a_1 \neq 0$ в круговую коническую поверхность на диаграмме Гартогса

$$|a_2|^2 |z_2|^2 = |a_1|^2 \left(x_1 + \operatorname{Re} \frac{c}{a_1} \right)^2 + |a_1|^2 \left(y_1 + \operatorname{Im} \frac{c}{a_1} \right)^2 \tag{2}$$

с вершиной в точке $(-\operatorname{Re} \frac{c}{a_1}, -\operatorname{Im} \frac{c}{a_1}, 0)$ на плоскости $|z_2| = 0$, где $z_1 = x_1 + iy_1$, причем каждая точка этой конической поверхности является проекцией некоторой точки плоскости (1).

При $a_1 = 0$ и $a_2 \neq 0$ проекция π переводит плоскость (1) в «вырожденную» коническую поверхность

$$|a_2| |z_2| = |c|. \tag{3}$$

Доказательство. Рассмотрим проекцию плоскости $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2(z_2 - \zeta_2) = 0$ в \mathbb{C}^2 , проходящей через точку (ζ_1, ζ_2) , на диаграмму Гартогса.

Предварительно запишем уравнение плоскости в \mathbb{C}^2 в виде

$$a_1 z_1 + a_2 z_2 + c = 0, \text{ где } c = -a_1 \zeta_1 - a_2 \zeta_2.$$

Из уравнения (1) при $a_1 \neq 0$, применяя обозначение

$$z_1 = x_1 + iy_1,$$

где $i = \sqrt{-1}$, следует

$$|a_2| |z_2| = |a_1 z_1 + c|, \tag{4}$$

т. к. с каждой точкой z_2 аналитической плоскости (1) принадлежат и все точки $z_2 e^{i\varphi}$ при $0 \leq \varphi < 2\pi$ (уравнение $a_1 z_1 + a_2 z_2 + c = 0$ разрешимо для $z_2 e^{i\varphi}$ при $a_1 \neq 0$). Из (4) следует (2), то есть

$$|a_2|^2 |z_2|^2 = |a_1|^2 \left(x_1 + \operatorname{Re} \frac{c}{a_1} \right)^2 + |a_1|^2 \left(y_1 + \operatorname{Im} \frac{c}{a_1} \right)^2.$$

В нашем случае на диаграмме Гартогса, то есть в системе координат $(0, x_1, y_1, |z_2|)$, где обычно тройка координатных осей $0x_1, 0y_1, 0|z_2|$ правая, уравнение (2) задает круговую коническую поверхность с вершиной в точке $(-\operatorname{Re} \frac{c}{a_1}, -\operatorname{Im} \frac{c}{a_1}, 0)$ на плоскости $|z_2| = 0$ и «раствором» (тангенсом угла при вершине конической поверхности) равным

$$k = \frac{|a_2|}{|a_1|}. \tag{5}$$

Отметим, что $c \neq 0$ и $a_1 \rightarrow 0$ «раствор» конуса $k \rightarrow \infty$ и первые координаты его вершины $-\operatorname{Re} \frac{c}{a_1} \rightarrow \infty, -\operatorname{Im} \frac{c}{a_1} \rightarrow \infty$.

При $c = 0$ из (2) следует, что проекция (1) на диаграмму Гартогса задается круговой конической поверхностью с вершиной в начале координат и раствором $k = \frac{|a_2|}{|a_1|}$ при $a_1 \neq 0$.

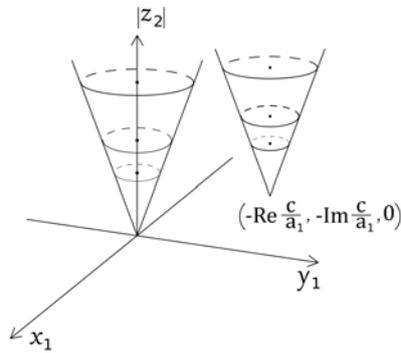


Рис. 1. Проекция плоскости $a_1z_1 + a_2z_2 + c = 0$ на диаграмму Гартогса, где $a_1 \cdot a_2 \neq 0$
 Fig. 1. Projection of the plane $a_1z_1 + a_2z_2 + c = 0$ onto the Hartogs diagram, where $a_1 \cdot a_2 \neq 0$

При $a_2 = 0$ «раствор» (5) конической поверхности (2) равен нулю и на диаграмме Гартогса коническая поверхность вырождается в луч с вершиной в точке $(-\text{Re} \frac{c}{a_1}, -\text{Im} \frac{c}{a_1}, 0)$, параллельный оси $0|z_2|$.
 Очевидно, что при $a_2 = 0$ каждая точка луча $(-\text{Re} \frac{c}{a_1}, -\text{Im} \frac{c}{a_1}, |z_2|)$ удовлетворяет уравнению (2).

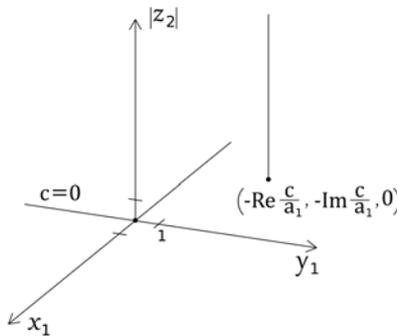


Рис. 2. Проекция плоскости $a_1z_1 + c = 0$ ($a_2 = 0$) на диаграмму Гартогса, где $a_1 \neq 0$
 Fig. 2. Projection of the plane $a_1z_1 + c = 0$ ($a_2 = 0$) onto the Hartogs diagram, where $a_1 \neq 0$

При $a_1 = 0$ из (1) следует, что проекция (1) на диаграмму Гартогса удовлетворяет уравнению

$$|z_2| = \frac{|c|}{|a_2|}, \tag{6}$$

которое задает коническую поверхность бесконечного «раствора» с вершиной в бесконечно удаленной точке.

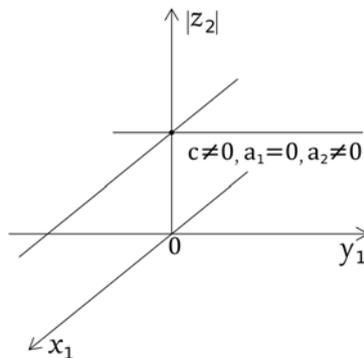


Рис. 3. Проекция плоскости $a_2z_2 + c = 0$ ($a_1 = 0$) на диаграмму Гартогса, где $a_2 \neq 0$
 Fig. 3. Projection of the plane $a_2z_2 + c = 0$ ($a_1 = 0$) onto the Hartogs diagram, where $a_2 \neq 0$

Покажем, что каждой точке круговой конической поверхности (2) при $a_1 \neq 0$ соответствует хотя бы одна точка аналитической плоскости (1).

Пусть $ca_1a_2 \neq 0$. Рассмотрим точку круговой конической поверхности (2) при фиксированном значении z_2 . Тогда точки конической поверхности при фиксированном значении z_2 лежат на окружности

радиуса $r = \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2|$ с центром в точке $(-Re \frac{c}{a_1}, -Im \frac{c}{a_1})$, а координаты точек z_1 , лежащих на окружности радиуса r , соответственно равны

$$\begin{cases} x_1 = -Re \frac{c}{a_1} + r \cos \phi = -Re \frac{c}{a_1} + \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2| \cos \phi, \\ y_1 = -Im \frac{c}{a_1} + r \sin \phi = -Im \frac{c}{a_1} + \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2| \sin \phi, \\ 0 \leq \phi < 2\pi. \end{cases}$$

Подставим координаты этих точек в (1) и получим, что равенство

$$\begin{aligned} & a_1(-Re \frac{c}{a_1} + \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2| \cos \phi - i \cdot (Im \frac{c}{a_1} + \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2| \sin \phi)) + a_2 z_2 + c = \\ & = -a_1 \frac{c}{a_1} + a_1 \cdot \frac{|a_2|}{|a_1|}|z_2| e^{i\phi} + a_2 z_2 + c = e^{i\varphi a_1} |a_2| |z_2| e^{i\phi} + |a_2| e^{i\varphi a_2} |z_2| e^{i\varphi z_2} = \\ & = |a_2| |z_2| (e^{i\varphi a_1} e^{i\phi} + e^{i\varphi a_2} e^{i\varphi z_2}) = 0 \end{aligned}$$

справедливо при $\varphi z_2 = -\varphi a_2 + \varphi a_1 + \phi + \pi$.

При $c = 0$ и $a_1 a_2 \neq 0$ каждой точке $(z_1, |z_2|)$ на диаграмме Гартогса соответствуют в \mathbb{C}^2 точки $(z_1, z_2) = (z_1, |z_1| \frac{|a_1|}{|a_2|} e^{i\varphi})$, где φ меняется от 0 до 2π .

Подставим координаты этих точек в (1) при условии $c = 0$ и $a_1 a_2 \neq 0$ и получим, что равенство

$$\begin{aligned} & a_1 z_1 + a_2 |z_1| \frac{|a_1|}{|a_2|} e^{i\varphi} = |a_1| e^{i\varphi a_1} |z_1| e^{i\varphi z_1} + |a_2| e^{i\varphi a_2} |z_1| \frac{|a_1|}{|a_2|} e^{i\varphi} = \\ & = |a_1| |z_1| (e^{i\varphi a_1} e^{i\varphi z_1} + e^{i\varphi a_2} e^{i\varphi}) = 0 \end{aligned}$$

справедливо при $\varphi = -\varphi a_2 + \varphi a_1 + \varphi z_1 + \pi$.

Покажем, что каждой точке круговой конической поверхности (2) при $a_1 = 0$ соответствует хотя бы одна точка аналитической плоскости (1).

При $a_1 = 0$ из (6) следует, что каждой точке $(z_1, |z_2|)$ на диаграмме Гартогса соответствуют в \mathbb{C}^2 точки $(z_1, |z_2| e^{i\varphi}) = (z_1, \frac{|c|}{|a_2|} e^{i\varphi})$, где φ меняется от 0 до 2π .

Подставим координаты этих точек в (1) при условии $a_1 = 0$ и получим, что равенство

$$0 \cdot z_1 + a_2 \frac{|c|}{|a_2|} e^{i\varphi} + c = |a_2| e^{i\varphi a_2} \frac{|c|}{|a_2|} e^{i\varphi} + |c| e^{i\varphi c} = |c| (e^{i\varphi a_2} e^{i\varphi} + e^{i\varphi c}) = 0$$

справедливо для $\varphi = -\varphi a_2 + \varphi c + \pi$ и произвольного значения z_1 .

При $a_1 = 0$ и $c = 0$ равенство (6) справедливо при $|z_2| = 0$.

Тогда $z_2 = 0$ и равенство $0 \cdot z_1 + a_2 \cdot 0 + 0 = 0$ выполняется при любом значении z_1 , то есть на диаграмме Гартогса каждой точке $(z_1, 0)$ плоскости $|z_2| = 0$ соответствует точка $(z_1, 0)$ плоскости $z_2 = 0$, принадлежащей \mathbb{C}^2 .

Предложение 2.2. Пусть для области Гартогса $G \subset \mathbb{C}^2$ относительно переменной z_2 аналитическая плоскость $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2(z_2 - \zeta_2) = 0$ проходит через точку $(\zeta_1, \zeta_2) \in \partial G$ – границы G и не пересекает G .

Тогда для $0 \leq \phi < 2\pi$ аналитические плоскости

$$a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2 e^{-i\phi} (z_2 - \zeta_2 e^{i\phi}) = 0 \quad (7)$$

проходят через точки $(\zeta_1, \zeta_2 e^{i\phi}) \in \partial G$ и не пересекают G .

Доказательство. Пусть для точки $(\zeta_1, \zeta_2) \in \partial G$ – границы G аналитическая плоскость $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2(z_2 - \zeta_2) = 0$ не пересекает область G . Так как G – область Гартогса относительно переменной z_2 , то точки $(\zeta_1, \zeta_2 e^{i\phi}) \in \partial G$.

Тогда аналитические плоскости $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2 e^{-i\phi} (z_2 - \zeta_2 e^{i\phi}) = 0$ не пересекают область G и проходят через точку $(\zeta_1, \zeta_2 e^{i\phi}) \in \partial G$.

Предположим, что аналитическая плоскость $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2 e^{-i\phi} (z_2 - \zeta_2 e^{i\phi}) = 0$ пересекает G в точке (\hat{z}_1, \hat{z}_2) , то есть $a_1(\hat{z}_1 - \zeta_1) + a_2 e^{-i\phi} (\hat{z}_2 - \zeta_2 e^{i\phi}) = 0$, причем эта аналитическая плоскость будет проходить через точку $(\zeta_1, \zeta_2 e^{i\phi}) \in \partial G$. Но тогда аналитическая плоскость $a_1(z_1 - \zeta_1) + a_2 e^{-i\phi} e^{i\phi} (z_2 - \zeta_2 e^{i\phi} e^{-i\phi}) = 0$ будет проходить через точку $(\zeta_1, \zeta_2) \in \partial G$ и через точку $(\hat{z}_1, \hat{z}_2 e^{-i\phi}) \in G$, то есть пересекает G . Противоречие.

Замечание 2.2. Семейство аналитических плоскостей (7) является множеством Гартогса относительно переменной z_2 с плоскостью симметрии $z_2 = 0$, и его проекция на диаграмму Гартогса совпадает с проекцией произвольной аналитической плоскости из этого семейства на эту диаграмму, так как это одна и та же коническая поверхность.

Доказательство. Запишем (7) в виде

$$a_1 z_1 + a_2 z_2 e^{-i\phi} + c = 0, \quad (8)$$

где $c = -a_1\zeta_1 - a_2\zeta_2$ и

$$|a_2z_2e^{-i\phi}| = |a_1z_1 + c| = |a_2||z_2|.$$

Следствие 2.1. Пусть $G \subset \mathbb{C}^2$ – область Гартогса относительно переменной z_2 с плоскостью симметрии $z_2 = 0$, и аналитическая плоскость $a_1z_1 + a_2z_2 + c = 0$ проходит через точку $(\zeta_1, \zeta_2) \in \partial G$ – границы G и не пересекает G .

Тогда на диаграмме Гартогса $\pi(a_1z_1 + a_2z_2 + c = 0) \cap \pi(G) \subset \pi(\partial G)$, то есть круговая коническая поверхность (2) не пересекает $G_{|z_2|}$ – проекцию G на диаграмму Гартогса, если $G \subset \mathbb{C}^2$ – область, и эта круговая коническая поверхность содержит точку $(\zeta_1, |\zeta_2|) \in \pi(\partial G)$ и может содержать только проекции точек ∂G границы области на диаграмму Гартогса. И наоборот, если на диаграмме Гартогса круговая коническая (2) касается области $G_{|z_2|}$, то для $0 \leq \phi < 2\pi$ семейство аналитических плоскостей $a_1z_1 + a_2e^{-i\phi}z_2 + c = 0$ касается области $G \subset \mathbb{C}^2$.

Доказательство. Справедливость утверждения следует из предложений 2.1, 2.2 и замечания 2.2.

Геометрический критерий линейной выпуклости области Гартогса (множества) $G \subset \mathbb{C}^2$.

Пусть на диаграмме Гартогса $(0, z_1, |z_2|)$ относительно переменной z_2 задана область (множество) D . Если для каждой точки $(\zeta_1, |\zeta_2|) \in \partial D$ – границы D найдется круговая коническая поверхность с вершиной на плоскости $|z_2| = 0$, проходящая через эту точку и не пересекающая область D (внутренних точек множество D), то D является проекцией линейно выпуклой области Гартогса $G = \pi^{-1}(D) \subset \mathbb{C}^2$.

Сформулированный критерий позволяет строить примеры ограниченных линейно выпуклых областей Гартогса в \mathbb{C}^2 , проекция которых на диаграмму Гартогса имеет фрактальный характер.

Замечание 2.3. Например, любая цилиндрическая поверхность на диаграмме Гартогса с образующей на плоскости $|z_2| = 0$ и направляющая которой параллельна оси $0|z_2|$ является проекцией неограниченной линейно выпуклой области в \mathbb{C}^2 .

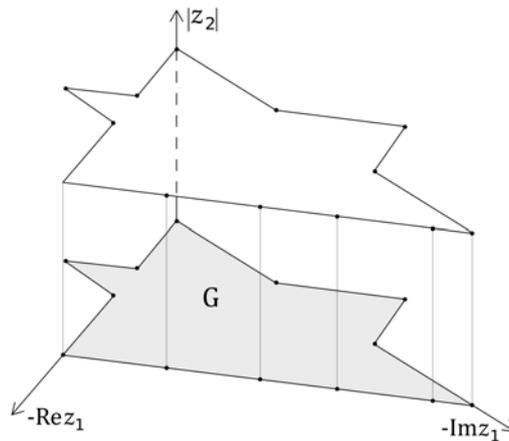


Рис. 4. Цилиндрическая поверхность на диаграмме Гартогса
Fig. 4. Cylindrical surface on the Hartogs diagram

Также любая цилиндрическая поверхность на диаграмме Гартогса с образующей на плоскости $|z_2| = 0$, и направляющая которой параллельна оси $0|z_2|$ ограниченная двумя плоскостями $|z_2| = d_1$ и $|z_2| = d_2$, является проекцией ограниченной линейно выпуклой области в \mathbb{C}^2 .

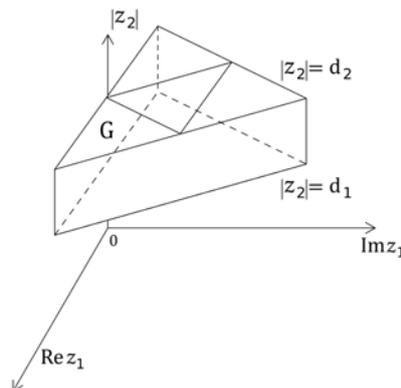


Рис. 5. Ограниченная цилиндрическая поверхность на диаграмме Гартогса
Fig. 5. Bounded cylindrical surface on the Hartogs diagram

Замечание 2.4. Аналогичные рассуждения при $n > 2$ **не аналогичны** приведенным выше результатам, так как уже при $n = 3$ проекция аналитической плоскости

$$a_1 z_1 + a_2 z_2 + a_3 z_3 + c = 0$$

на диаграмму Гартогса $(0, z_1, z_2, |z_3|)$ не является конической поверхностью.

3. Построение линейно выпуклых областей Гартогса в \mathbb{C}^2 , имеющих фрактальную структуру.

Замечание 2.3. и рисунки к нему подсказывают идеи построения линейно выпуклых областей Гартогса в \mathbb{C}^2 , имеющих фрактальный характер.

Так, например, если в качестве образующей цилиндрической поверхности в рисунке 4 взять кривую Коха после конечного числа шагов, то получим неограниченную линейно выпуклую область Гартогса в \mathbb{C}^2 и даже в \mathbb{C}^n , имеющую фрактальную структуру.

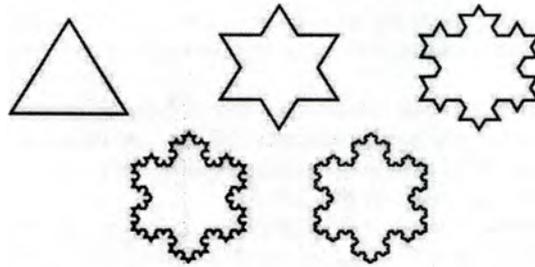


Рис. 6. Снежинки Коха при $n = 1, 2, 3, 4, 5$

Fig. 6. Koch snowflakes for $n = 1, 2, 3, 4, 5$

Если в качестве образующей ограниченной цилиндрической поверхности в рисунке 5 взять ковер Серпинского после конечного числа шагов, то получим ограниченную линейно выпуклую область Гартогса в \mathbb{C}^2 , имеющую фрактальную структуру.

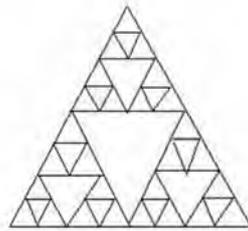


Рис. 7. Ковер Серпинского при $n = 4$

Fig. 7. Sierpinski carpet for $n = 4$

Приведенные соображения позволяют строить довольно простые примеры ограниченных линейно выпуклых областей Гартогса в \mathbb{C}^2 , так «касательные конусы» вырождены (см. рис. 2 и рис. 3).

Изложим идею построения чуть более сложной ограниченной линейно выпуклой области Гартогса в \mathbb{C}^2 .

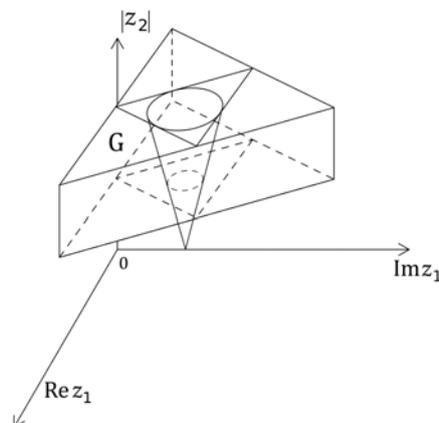


Рис. 8. Второй шаг

Fig. 8. Second step

На первом шаге возьмем на диаграмме Гартоса ограниченную цилиндрическую область, изображенную на рисунке 5, направляющей которой является равносторонний треугольник.

На втором шаге круговым конусом с вершиной на плоскости $|z_2| = 0$ «вырежем» в этой области часть, которая принадлежит внутренности этого конуса, причем граничная окружность на верхнем основании цилиндрической области принадлежит «центральному» треугольнику на рисунке 5.

Конус, изображенный на рисунке 8 диаграммы Гартоса, является круговым с вершиной на плоскости $|z_2| = 0$, и в силу геометрического критерия линейной выпуклости, область на диаграмме Гартоса является проекцией ограниченной линейно выпуклой области в \mathbb{C}^2 .

Третий и последующие шаги полностью аналогичны шагам, которые делаем при построении ковры Серпинского. На рисунке 9 приведен третий шаг.

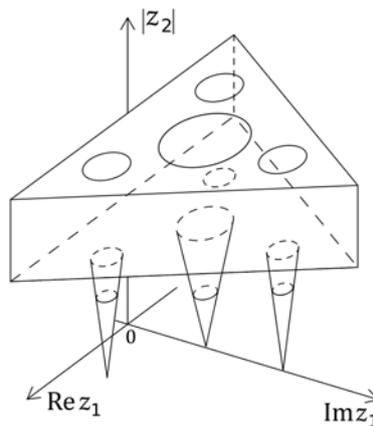


Рис. 9. Третий шаг

Fig. 9. Third step

После каждого конечного числа шагов будем получать ограниченную линейно выпуклую область Гартоса, проекция которой на диаграмму Гартоса имеет фрактальный характер.

Замечание 3.1. Можно дать разгуляться своей фантазии: с одной стороны можно из исходной ограниченной цилиндрической поверхности, изображенной на рисунке 5, «вырезать» по шагам конусы как описано выше, а с другой стороны «деформировать» границу по принципу снежинки Коха.

Можно в качестве ограниченной цилиндрической поверхности брать не треугольник, а квадрат или что-то иное и действовать аналогично.

Благодарность. Автор признателен и благодарен Е. А. Клешковой и Д. Ю. Почекуту за помощь в работе и сделанные замечания.

Список литературы

1. Айзенберг Л. А., Южаков А. П. 1979. Интегральные представления и вычеты в многомерном комплексном анализе. Новосибирск: Наука. 368.
2. Владимиров В. С. 1964. Методы теории функций многих комплексных переменных. Москва: Наука. 412.
3. Шабат Б. В. 2004. Введение в комплексный анализ. Функция нескольких переменных: Учебник: В 2-х ч. Ч. 2. 4-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань». 464.
4. Южаков А. П., Кривоколеско В. П. 1971. Некоторые свойства линейно выпуклых областей с гладкими границами в \mathbb{C}^n . Сиб. матем. журн., 12(2): 452-458.
5. Andersson M., Passare M., Sigurdsson R. 2004. Complex convexity and analytic functionals, Basel – Boston – Berlin: Birkhäuser, (Progr. Math.; 225), 164.

References

1. Aizenberg L. A., Yuzhakov A. P. 1979. Integral representations and residues in multidimensional complex analysis. Novosibirsk: Science. 368. (in Russian)
2. Vladimirov V. S. 1964. Methods of the theory of functions of several complex variables. Moscow: Nauka. 412. (in Russian)

3. Shabat B. V. 2004. Introduction to complex analysis. Function of several variables: Textbook: In 2 hours. Part 2. 4th ed., Sr. – St. Petersburg: «Lan» Publishing House. 464. (in Russian)
4. Yuzhakov A. P., Krivokolesko V. P. 1971. Some properties of linearly convex domains with smooth boundaries in \mathbb{C}^n . Sib. math. journal, 12(2): 452-458. (in Russian)
5. Andersson M., Passare M., Sigurdsson R. 2004. Complex convexity and analytic functionals, Basel – Boston – Berlin: Birkhäuser, (Progr. Math.; 225), 164.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 14.03.2022

Поступила после рецензирования 25.04.2022

Принята к публикации 28.04.2022

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Кривоколеско Вячеслав Павлович – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей и прикладной математики Института математики и фундаментальной информатики, Сибирский федеральный университет.

Проспект Свободный, 79, Красноярск, 660041, Россия

E-mail: krivokolesko@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Viacheslav Krivokolesko – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher and Applied Mathematics, Institute of Mathematics and Fundamental Informatics, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia