Прикладная математика & Физика, 2023, том 55, № 3. С. 258–264.
Applied Mathematics & Physics, 2023, Volume 55, No 3. P. 258–264.

УДК 517.95
MSC 35S15
Оригинальное исследование

DOI 10.52575/2687-0959-2023-55-3-258-264

О задаче Дирихле в плоской области с разрезом

Агаркова Н. Н., **Васильев В. Б.**, **Гебресласи Х. Ф.**
Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85
vbv57@inbox.ru

Аннотация. В работе исследуется разрешимость модельного эллиптического уравнения в плоской области с разрезом по лучу. Решение разыскивается в пространстве Соболева – Слободецкого. Используя специальную факторизацию для символа эллиптического оператора выписывается общее решение уравнения в области с вырезанным сектором, которое содержит произвольную функцию. С учетом условий Дирихле нахождение этой функции сводится к решению системы двух одномерных линейных интегральных уравнений. Затем изучается поведение этих уравнений, когда раствор сектора стремится к нулю, и сектор трансформируется в луч. В результате получается одно интегральное уравнение, однозначная разрешимость которого эквивалентна однозначной разрешимости задачи Дирихле в плоской области с вырезанным лучом.

Ключевые слова: псевдодифференциальное уравнение, область с разрезом, задача Дирихле, разрешимость

Для цитирования: Агаркова Н. Н., Васильев В. Б., Гебресласи Х. Ф. 2023. О задаче Дирихле в плоской области с разрезом. *Прикладная математика & Физика*, 55(3): 258–264. DOI 10.52575/2687-0959-2023-55-3-258-264

Original Research

On the Dirichlet Problem in a Plane Domain with a Cut

Nataliya N. Agarkova, **Vladimir B. Vasilyev**, **Hadish F. Gebreslasie**
Belgorod National Research University,
85, Pobeda st., Belgorod, 308015, Russia
vbv57@inbox.ru

Abstract. In the paper, a solvability of a model elliptic pseudo-differential equation in a plane domain with a cut along a ray is studied. Solution is sought in the Sobolev–Slobodetskii space. Using a special factorization for elliptic symbol one writes out a general solution for the equation in a domain with cut sector; this solution includes an arbitrary function. Using the Diriclet condition one reduces finding this function to solution of a system of one-dimensional linear integral equations. Further, one studies a behavior of these equations when the size if sector tends to zero, and the sectors transforms into a ray. As a result one obtains a certain integral equation, and a unique solvability of the equation is equivalent to a solvability of the Dirichlet problem in a plane domain with cut ray.

Keywords: Pseudo-Differential Equation, Domain with a Cut, Dirichlet Problem, Solvability

For citation: Agarkova N. N., Vasilyev V. B., Gebreslasie H. F. 2023. On the Dirichlet Problem in a Plane Domain with a Cut. *Applied Mathematics & Physics*, 55(3): 258–264. (in Russian) DOI 10.52575/2687-0959-2023-55-3-258-264

1. Введение. В работе [2, 15] были рассмотрены эллиптические псевдодифференциальные уравнения в модельных областях с негладкой границей (конические точки, ребра различной размерности). Исследование было основано на специальной волновой факторизации эллиптического символа с индексом æ, наличие которой позволяло описать картину разрешимости модельного псевдодифференциального уравнения. Эти исследования были продолжены и развиты в многомерных ситуациях, и, в частности, рассмотрены случаи, когда параметры конуса стремятся к предельным значения 0 и ∞ [13, 14, 12, 10, 1, 3, 4].

Модельный псевдодифференциальный оператор A с символом $A(\xi)$, $\xi \in \mathbb{R}^m$, определяется стандартно [9, 8]

$$(Au)(x) = \int\limits_{\mathbb{R}^{2m}} e^{i(x-y)\xi} A(\xi) u(y) dy d\xi.$$

Мы рассматриваем такой оператор в пространстве Соболева – Слободецкого $H^s(\mathbb{R}^m)$ с нормой

$$||u||_s^2 = \int\limits_{\mathbb{R}^m} |\tilde{u}(\xi)|^2 (1 + |\xi|)^{2s} d\xi,$$

и вводим следующий класс символов, не зависящих от пространственной переменной x: $\exists c_1, c_2 > 0$, такие, что
$$c_1 \leq |A(\xi)(1+|\xi|)^{-\alpha}| \leq c_2,\ \xi \in \mathbb{R}^m.$$

Число $\alpha \in \mathbb{R}$ называют порядком псевдодифференциального оператора A.

Хорошо известно [9], что такой псевдодифференциальный оператор является линейным ограниченным оператором, действующим из пространства $H^s(\mathbb{R}^m)$ в пространство $H^{s-\alpha}(\mathbb{R}^m)$.

Если $D \subset \mathbb{R}^m$ – область, то, по определению, пространство $H^s(D)$ состоит из (обобщенных) функций из пространства $H^s(\mathbb{R}^m)$, носители которых содержатся в $\overline{D}$. Норма в пространстве $H^s(D)$ индуцируется нормой пространства $H^s(\mathbb{R}^m)$.

На плоскости рассматривается уравнение
$$(Au)(x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}^2 \setminus \overline{C_+^a}, \tag{1}$$
где
$$C_+^a = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 > a|x_1|, a > 0\},$$
решение ищется в пространстве $H^s(\mathbb{R}^2 \setminus \overline{C_+^a})$. Предполагается, что волновая факторизация (см. ниже) для символа $A(\xi)$ относительно угла C_+^a существует и выполняется условие $1/2 < æ - s < 3/2$.

Далее мы добавляем интегральное условие
$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, x_2)dx_2 \equiv g(x_1). \tag{2}$$
Показано, что задача (1),(2) однозначно разрешима при $a \to \infty$, только если функция g удовлетворяет определенному интегральному уравнению.

В трехмерном случае рассмотрено уравнение
$$(Au)(x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}^3 \setminus \overline{C_+^{ab}}, \tag{3}$$
в пространстве Соболева – Слободецкого $H^s(\mathbb{R}^3 \setminus \overline{(C_+^{ab})}$, где
$$C_+^{ab} = \{x \in \mathbb{R}^3 : x = (x_1, x_2, x_3),\ x_3 > a|x_1| + b|x_2|, a, b > 0\},$$
с интегральным условием
$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, x_2, x_3)dx_3 \equiv g(x_1, x_2), \tag{4}$$
в случае $æ - s = 1 + \delta, |\delta| < 1/2$. Показано, что задача (3),(4) (при наличии волновой факторизации символа относительно C_+^{ab}) однозначно разрешима при $a \to \infty$ или $b \to \infty$, только если функция g удовлетворяет определенному интегральному уравнению [13, 14, 12, 10].

2. Структура решения и условие Дирихле. Здесь мы рассмотрим задачу Дирихле для уравнения (1), которая имеет существенное отличие от задачи с интегральным условием (1),(2). Начнем с описания структуры решения уравнения (1), которая требует специального представления символа эллиптического оператора.

Символом $\overset{*}{C}{}_+^a$ обозначим сопряженный конус для C_+^a:
$$\overset{*}{C}{}_+^a = \{x \in \mathbb{R}^m : x = (x', x_m), ax_m > |x'|\},$$
$C_-^a \equiv -C_+^a,\ T(C_+^a)$ обозначает радиальную трубчатую область [5] над конусом C_+^a, т.е. область многомерного комплексного пространства $\mathbb{C}^m$ вида $\mathbb{R}^m + iC_+^a$, знак «~» используется для преобразования Фурье как над знаком функции ($\tilde{u}_+$ – это преобразование Фурье функции u_+), так и над знаком пространства ($\tilde{H}$ – это Фурье-образ пространства H).

Определение 2.1. *Волновой факторизацией эллиптического символа $A(\xi)$ относительно конуса C_+^a называется его представление в виде*
$$A(\xi) = A_{\neq}(\xi)A_{=}(\xi),$$
где сомножители $A_{\neq}(\xi), A_{=}(\xi)$ удовлетворяют двум условиям:

1) $A_{\neq}(\xi), A_{=}(\xi)$ определены при всех $\xi \in \mathbb{R}^2$ кроме, возможно, точек вида $\{\xi \in \mathbb{R}^2 : |\xi_1|^2 = a^2\xi_2^2\}$;

2) $A_{\neq}(\xi), A_{=}(\xi)$ допускают аналитическое продолжение в радиальные трубчатые области $T(\overset{*}{C}{}_+^a), T(\overset{*}{C}{}_-^a)$ соответственно и допускают оценки
$$|A_{\neq}^{\pm 1}(\xi + i\tau)| \leq c_1(1 + |\xi| + |\tau|)^{\pm æ},$$

$$|A_{=}^{\pm 1}(\xi - i\tau)| \leq c_2(1+|\xi|+|\tau|)^{\pm(\alpha-æ)},\ \forall \tau \in \overset{*}{C_+^a}.$$

Число æ $\in \mathbb{R}$ называется индексом волновой факторизации.

Если символ $A(\xi)$ допускает волновую факторизацию относительно конуса C_-^a с индексом æ, таким, что $1/2 <$ æ $- s < 3/2$, то можно убедиться, что общее решение уравнения (1) в пространстве $H^s(C_+^a)$ имеет следующий вид (подробности можно найти в работах [12, 10])

$$\tilde{u}(\xi) = \frac{\tilde{c}_0(\xi_1 + a\xi_2) + \tilde{c}_0(\xi_1 - a\xi_2)}{2A_{\neq}(\xi_1,\xi_2)} + \\ + A_{\neq}^{-1}(\xi_1,\xi_2)\left(v.p.\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\tilde{c}_0(\eta)d\eta}{\xi_1 + a\xi_2 - \eta} - v.p.\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\tilde{c}_0(\eta)d\eta}{\xi_1 - a\xi_2 - \eta}\right), \tag{5}$$

где c_0 – произвольная функция из пространства $H^{s-æ-1/2}(\mathbb{R})$, $v.p.$ обозначает главное значение интеграла по Коши [6, 7, 11]. Для однозначного определения этой функции зададим условие Дирихле на сторонах угла

$$u_{|_{ax_1 - x_2 = 0}} = f(ax_1 + x_2), \quad u_{|_{ax_1 + x_2 = 0}} = g(ax_1 - x_2), \tag{6}$$

где f, g – функции одной переменной, определенные для положительных значений аргумента.

Делая в формуле (5) замену переменных

$$t_1 = \xi_1 + a\xi_2, \quad t_2 = \xi_1 - a\xi_2,$$

и вводя одномерный сингулярный интегральный оператор

$$(Sv)(t) = v.p.\frac{i}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{v(\eta)d\eta}{t-\eta},$$

мы перепишем формулу (5) в следующем виде

$$\tilde{U}(t_1,t_2) = \frac{\tilde{c}_0(t_1) + \tilde{c}_0(t_2)}{2a_{\neq}(t_1,t_2)} + \\ + a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)\left(v.p.\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\tilde{c}_0(\eta)d\eta}{t_1-\eta} - v.p.\frac{i}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\tilde{c}_0(\eta)d\eta}{t_2-\eta}\right),$$

Определим еще два оператора (I – единичный оператор)

$$P = \frac{1}{2}(I+S), \quad O = \frac{1}{2}(I-S)$$

и запишем формулу для решения в следующей форме

$$\tilde{U}(t_1,t_2) = a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)(P\tilde{c}_0)(t_1) + a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)(Q\tilde{c}_0)(t_21),$$

где $a_{\neq}(t_1,t_2) = A_{\neq}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, \frac{t_1-t_2}{2a}\right)$.

Переобозначив

$$P\tilde{c}_0 = \tilde{C}_0, \quad Q\tilde{c}_0 = \tilde{D}_0,$$

получим вид

$$\tilde{U}(t_1,t_2) = \frac{\tilde{C}_0(t_1) + \tilde{D}_0(t_2)}{a_{\neq}(t_1,t_2)}.$$

С учетом условий (6) и их вида в образах Фурье, проинтегрируем последнее равенство сначала по t_1, затем по t_2, получая следующую систему линейных интегральных уравнений

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} K_1(t_1,t_2)\tilde{C}_0(t_1)dt_1 + \tilde{D}_0(t_2) = \tilde{F}(t_2), \\ \tilde{C}_0(t_1) + \int\limits_{-\infty}^{\infty} K_2(t_1,t_2)\tilde{D}_0(t_2)dt_2 = \tilde{G}(t_1), \tag{7}$$

Здесь использованы следующие обозначения

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)dt_1 \equiv \tilde{a}_0(t_2), \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)dt_2 \equiv \tilde{b}_0(t_1),$$

$$\tilde{F}(t_2) = \tilde{f}(t_2)\tilde{a}_0^{-1}(t_2), \quad \tilde{G}(t_1) = \tilde{g}(t_1)\tilde{b}_0^{-1}(t_1),$$

$$K_1(t_1,t_2) = a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)\tilde{a}_0^{-1}(t_2), \quad K_2(t_1,t_2) = a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)\tilde{b}_0^{-1}(t_1),$$

и предполагается, что выполнено условие $\inf|\tilde{a}_0(t)| \neq 0, \inf|\tilde{b}_0(t)| \neq 0$.

В монографии [15] доказана следующая

Теорема 2.1. *Пусть $s > 1/2$ и символ $A(\xi)$ допускает волновую факторизацию относительно C_-^a с индексом æ, таким, что æ $- s = 1 + \delta, |\delta| < 1/2$. Если выполнено условие*

$$\inf|\tilde{a}_0(t)| \neq 0, \inf|\tilde{b}_0(t1)| \neq 0,$$

то задача Дирихле (1),(6) *с данными $f, g \in H^{s-1/2}(\mathbb{R}_+)$ эквивалентна системе интегральных уравнений* (7) *с неизвестными функциями $\tilde{C}_0, \tilde{D}_0 \in \widetilde{H}^{s-æ-1/2}(\mathbb{R})$ и правыми частями $\tilde{F}, \tilde{G} \in \widetilde{H}^{s-æ-1/2}(\mathbb{R})$.*

3. Предельный переход и интегральное уравнение. В этом разделе мы рассмотрим систему интегральных уравнений (7) и опишем ее структуру при $a \to \infty$; это соответствует случаю, когда угол C_+^a вырождается в луч.

Начнем с функций $\tilde{a}_0, \tilde{b}_0$.Чтобы обеспечить возможность предельного перехода под знаком интеграла мы дополнительно предположим, что сомножители волновой факторизации дифференцируемы. Тогда

$$\tilde{a}_0(t_2) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)dt_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, \frac{t_1-t_2}{2a}\right)dt_1 \to$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, 0\right)dt_1 \equiv \tilde{A}_0(t_2), \quad a \to \infty.$$

Аналогичным свойством обладает и $b_0(t_1)$

$$\tilde{b}_0(t_1) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)dt_2 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, \frac{t_1-t_2}{2a}\right)dt_2 \to$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, 0\right)dt_2 \equiv \tilde{B}_0(t_1), \quad a \to \infty.$$

Нетрудно заметить, что $\tilde{A}_0(t) = \tilde{B}_0(t)$. Теперь рассмотрим поведение ядер K_1, K_2 при $a \to \infty$.

$$K_1(t_1,t_2) = a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)\tilde{a}_0^{-1}(t_2) \to A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, 0\right)A_0^{-1}(t_2), \quad a \to \infty,$$

$$K_2(t_1,t_2) = a_{\neq}^{-1}(t_1,t_2)\tilde{b}_0^{-1}(t_1) \to A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, 0\right)B_0^{-1}(t_1), \quad a \to \infty.$$

Отсюда следует, что при $a \to \infty$ ядра K_1, K_2 стремятся к одному и тому же симметрическому ядру, которое мы обозначим $K(t_1,t_2)$. Наконец, последний предел связан с граничными функциями, именно

$$\tilde{F}(t_2) = \tilde{f}(t_2)\tilde{a}_0^{-1}(t_2) \to \tilde{f}(t_2)\tilde{A}_0^{-1}(t_2) \equiv \tilde{\Phi}(t_2), \quad a \to \infty$$

$$\tilde{G}(t_1) = \tilde{g}(t_1)\tilde{b}_0^{-1}(t_1) \to \tilde{g}(t_1)\tilde{B}_0^{-1}(t_1) \equiv \tilde{\Psi}(t_1), \quad a \to \infty.$$

С учетом проведенных выкладок заключаем, что при $a \to \infty$ система (7) примет следующий вид

$$\begin{gathered} \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t_1,t_2)\tilde{C}_0(t_1)dt_1 + \tilde{D}_0(t_2) = \tilde{\Phi}(t_2), \\ \tilde{C}_0(t_1) + \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t_1,t_2)\tilde{D}_0(t_2)dt_2 = \tilde{\Psi}(t_1). \end{gathered} \tag{8}$$

Меняя местами переменные во втором уравнении и учитывая симметричность ядра, мы запишем второе уравнение в виде

$$\tilde{C}_0(t_2) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t_1, t_2)\tilde{D}_0(t_1)dt_1 = \tilde{\Psi}(t_2)$$

и затем сложим его с первым. Получим одно уравнение

$$\tilde{C}_0(t_2) + \tilde{D}_0(t_2) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t_1, t_2)(\tilde{C}_0(t_1) + \tilde{D}_0(t_1))dt_1 = \tilde{\Phi}(t_2) + \tilde{\Psi}(t_2)$$

относительно суммы функций $\tilde{C}_0(t_2) + \tilde{D}_0(t_2)$. Но

$$\tilde{C}_0 + \tilde{D}_0 = \tilde{c}_0,$$

поскольку

$$P + Q = I,$$

и тогда последнее уравнение можно переписать в виде

$$\tilde{c}_0(t) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t, \tau)\tilde{c}_0(\tau)d\tau = \tilde{\Phi}(t) + \tilde{\Psi}(t). \tag{9}$$

4. Задача Дирихле в области с разрезом. Здесь мы рассмотрим следующую задачу Дирихле на плоскости с разрезом по лучу $\Gamma \equiv \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^{\nvDash} : x_1 = 0, x_2 > 0\}$ (Рис. 1)

$$\begin{aligned} &(Au)(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^2 \setminus \Gamma \\ &u_{|_{x_1=0}} = \theta(x_2), \quad x_2 \in \Gamma, \end{aligned} \tag{10}$$

где функция $\theta \in H^{s-1/2}(\mathbb{R}_+)$ является следом некоторой функции $\Theta \in H^s(C_+^a)$, определенной в конусе C_+^a при достаточно больших a.

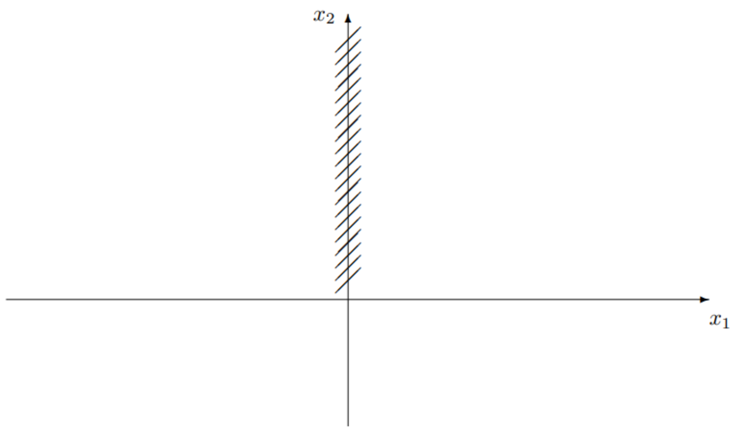

Рис. 1. Плоскость с разрезом
Fig. 1. Plane with cut

Исследуя теперь разрешимость уравнения (1) с граничным условием

$$u_{|_{ax_1-x_2=0}} = \Theta(ax_1 + x_2), \quad u_{|_{ax_1+x_2=0}} = \Theta(ax_1 - x_2), \tag{11}$$

мы приходим к выводу, что вместо уравнения (9) мы получим следующее уравнение

$$\tilde{c}_0(t) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t, \tau)\tilde{c}_0(\tau))d\tau = \frac{2\tilde{\theta}(t)}{\tilde{A}(t)}, \tag{12}$$

где

$$K(t, \tau) = \frac{A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t+\tau}{2}, 0\right)}{\tilde{A}(t)}, \quad \tilde{A}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{\neq}^{-1}\left(\frac{t+\tau}{2}, 0\right)d\tau. \tag{13}$$

Теорема 4.1. *Пусть символ* $A(\xi)$ *допускает волновую факторизацию относительно* C_+^a *с индексом* æ, *таким, что* $æ - s = 1 + \delta$, $|\delta| < 1/2$, *для всех достаточно больших значений параметра* a *с дифференцируемыми сомножителями,* $\theta(x) \in H^{s-1/2}(\Gamma)$. *Тогда однозначная разрешимость задачи* (10) *эквивалентна однозначной разрешимости интегрального уравнения* (11) *в пространстве* $H^{s-æ-1/2}(\mathbb{R})$ *с данными* (12), $\tilde{A}(t) \neq 0$.

Если решение интегрального уравнения $\tilde{c}_0$ найдено, то фурье-образ решения задачи Дирихле (10) находится по формуле

$$\tilde{U}(t_1, t_2) = \frac{\tilde{C}_0(t_1) + \tilde{D}_0(t_2)}{A_{\neq}\left(\frac{t_1+t_2}{2}, 0\right)}$$

с использованием соотношений

$$\tilde{C}_0 = P\tilde{c}_0, \quad \tilde{D}_0 = Q\tilde{c}_0.$$

Доказательство. Действительно, сначала мы исследуем задачу Дирихле во внешности сектора (1),(11) с граничными функциями $\Theta(ax_1 + x_2)$, $\Theta(ax_1 - ax_2)$ на сторонах угла и сводим ее к системе интегральных уравнений (7) с соответствующими ядрами и правыми частями. Все детали этой редукции описаны выше.

Далее осуществляется предельный переход при $a \to \infty$ при условии дифференцируемости элементов волновой факторизации, в результате которого появляется одно уравнение (9). В правой части этого уравнения присутствует два слагаемых, что связано с различными предельными значениями решений ввиду разных граничных функций. В нашем случае граничные значения одинаковые, поскольку это след одной и той же H^s-функции, поэтому в правой части уравнения (11) появляется удвоение. ■

5. Заключение. В этой работе рассмотрен лишь двумерный случай, в котором задача Дирихле на плоскости с разрезом для эллиптического псевдодифференциального уравнения сведена к интегральному уравнению, однако вычисления, приведенные в работах [14, 12, 10], позволяют надеяться, что соответствующие интегральные уравнения с данными Дирихле или Неймана могут быть получены и в некоторых многомерных ситуациях.

Список литературы

1. Васильев В. Б. 2020. Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений в многомерном конусе. Дифференциальные уравнения, 56(10): 1356–1365.
2. Васильев В. Б. 2010. Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи. М., УРСС, 136.
3. Васильев В. Б. 2020. Обобщенные функции, сосредоточенные на поверхности конуса, и порожденные ими свертки. Проблемы математического анализа, 103: 63–70.
4. Васильев В. Б. Потенциалы для эллиптических краевых задач в конусах. Сибирские электронные математические известия, 13: 1129–1149.
5. Владимиров В. С. 1964. Методы теории функций многих комплексных переменных. М., Наука, 414.
6. Гахов Ф. Д. 1977. Краевые задачи. М., Наука, 640.
7. Мусхелишвили Н. И. 1968. Сингулярные интегральные уравнения. М., Наука, 512.
8. Тейлор М. 1982. Псевдодифференциальные операторы. М., Мир, 472.
9. Эскин Г. И. 1973. Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. М., Наука, 407.
10. Kutaiba Sh., Vasilyev V. 2021. On limit behavior of a solution to boundary value problem in a plane sector. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 44(15): 11904–11912.
11. Mikhlin S. G., Prößdorf S. 1986. Singular Integral Operators. Berlin, Akademie-Verlag, 125.
12. Vasilyev V. B. 2020. On certain 3-dimensional limit boundary value problems. Lobachevskii Journal Mathematics, 41(5): 917–925.
13. Vasilyev V. B. 2018. Pseudodifferential equations, wave factorization, and related problems. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 41(18): 9252–9263.
14. Vasilyev V. B. 2019. Pseudo-differential equations and conical potentials: 2-dimensional case. Opuscula Mathematica, 39(1): 109–124.
15. Vasilyev V. B. 2000. Wave Factorization of Elliptic Symbols: Theory and Applications. Introduction to the Theory of Boundary Value Problems in Non-Smooth Domains. Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 267.

References

1. Vasiliev V. B. 2020. Boundary value problems for elliptic pseudodifferential equations in a multidimensional cone. Differential Equations, 56(10): 1356–1365. (in Russian)
2. Vasiliev V. B. 2010. Multipliers of Fourier integrals, pseudodifferential equations, wave factorization, boundary value problems. M., URSS, 136. (in Russian)

3. Vasiliev V. B. 2020. Generalized functions concentrated on the surface of a cone and convolutions generated by them. Problems of Mathematical Analysis, 103: 63–70. (in Russian)
4. Vasiliev VB Potentials for elliptic boundary value problems in cones. Siberian Electronic Mathematical News, 13: 1129–1149. (in Russian)
5. Vladimirov V. S. 1964. Methods of the theory of functions of several complex variables. M., Nauka, 414. (in Russian)
6. Gakhov F. D. 1977. Boundary value problems. M., Nauka, 640. (in Russian)
7. Muskhelishvili N. I. 1968. Singular integral equations. M., Nauka, 512. (in Russian)
8. Taylor M. 1982. Pseudodifferential operators. M., Mir, 472. (in Russian)
9. Eskin G. I. 1973. Boundary value problems for elliptic pseudodifferential equations. M., Nauka, 407. (in Russian)
10. Kutaiba Sh., Vasilyev V. 2021. On limit behavior of a solution to boundary value problem in a plane sector. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 44(15): 11904–11912.
11. Mikhlin S. G., Prößdorf S. 1986. Singular Integral Operators. Berlin, Akademie-Verlag, 125.
12. Vasilyev V. B. 2020. On certain 3-dimensional limit boundary value problems. Lobachevskii Journal Mathematics, 41(5): 917–925.
13. Vasilyev V. B. 2018. Pseudodifferential equations, wave factorization, and related problems. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 41(18): 9252–9263.
14. Vasilyev V. B. 2019. Pseudo-differential equations and conical potentials: 2-dimensional case. Opuscula Mathematica, 39(1): 109–124.
15. Vasilyev V. B. 2000. Wave Factorization of Elliptic Symbols: Theory and Applications. Introduction to the Theory of Boundary Value Problems in Non-Smooth Domains. Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 267.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.
Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 29.06.2023
Поступила после рецензирования 10.08.2023
Принята к публикации 14.08.2023

Received June 29, 2023
Revised August 10, 2023
Accepted August 14, 2023

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Агаркова Наталия Николаевна – аспирантка кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Васильев Владимир Борисович – доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и компьютерного моделирования, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Гебресласи Хадиш – аспирант кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nataliya N. Agarkova – Post Graduate Student, Department of Applied Mathematics and Computer Modeling, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

Vladimir B. Vasilyev – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Chair, Department of Applied Mathematics and Computer Modeling, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

Hadish F. Gebreslasie – Post Graduate Student, Department of Applied Mathematics and Computer Modeling, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia