

Влияние асимметрической дифракции на спектрально-угловую плотность КРИ релятивистского электрона в трехслойной структуре

Носков А. В.¹, Блажевич С. В.², Чуева А. И.², Мачукаев Д. Д.³, Киперша В. К.³

¹ Московский технический университет связи и информатики,

Россия, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, 8а

² Белгородский государственный национальный исследовательский университет,

Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

³ Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова,

Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46

a.v.noskov@mtuci.ru

Аннотация. Работа посвящена исследованию возможности проявления эффекта асимметрической дифракции в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде. Когерентное рентгеновское излучение рассматривается как сумма параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые плотности когерентного рентгеновского излучения.

Ключевые слова: периодическая слоистая структура, динамическая дифракция, когерентное рентгеновское излучение, асимметрическая дифракция

Для цитирования: Носков А. В., Блажевич С. В., Чуева А. И., Мачукаев Д. Д., Киперша В. К. 2025. Влияние асимметрической дифракции на спектрально-угловую плотность КРИ релятивистского электрона в трехслойной структуре. *Прикладная математика & Физика*, 57(1): 59–67. DOI 10.52575/2687-0959-2025-57-1-59-67

Original Research

The Influence of Asymmetric Diffraction on the Spectral-Angular Density of the CRI of a Relativistic Electron in a Three-Layer Structure

Anton V. Noskov¹, Sergey V. Blazhevich², Anastasia I. Chueva², Deni D. Machukaev³,

Vladislav K. Kipersha³

¹ Moscow Technical University of Communications and Informatics,

8a Aviamotornaya St., Moscow 111024, Russia,

² Belgorod National Research University,

85 Pobedy St., Belgorod 308015, Russia

³ Belgorod State Shukhov's Technological University,

46 Kostyukova St., Belgorod 308012, Russia

a.v.noskov@mtuci.ru

Abstract. The work is devoted to the study of the possibility of manifestation of the effect of asymmetric diffraction in coherent X-ray radiation of relativistic electrons in a periodic layered medium with three layers in the period. Coherent X-ray radiation is considered as the sum of parametric X-ray radiation and diffracted transition radiation. Expressions describing the spectral-angular densities of coherent X-ray radiation are obtained and studied.

Keywords: Periodic Layered Structure, Dynamic Diffraction, Coherent X-ray Radiation, Asymmetric Diffraction

For citation: Noskov A. V., Blazhevich S. V., Chueva A. I., Machukaev D. D., Kipersha V. K. 2025. The Influence of Asymmetric Diffraction on the Spectral-Angular Density of the CRI of a Relativistic Electron in a Three-Layer Structure. *Applied Mathematics & Physics*, 57(1): 59–67. (in Russian) DOI 10.52575/2687-0959-2025-57-1-59-67

1. Введение. Впервые когерентное рентгеновское излучение (КРИ) релятивистских электронов, пересекающих мишень из периодической слоистой среды в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн, исследовалось в работе [1]. КРИ рассматривалось в работе [1] как результат интерференции вкладов параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) и дифрагированного переходного излучения (ДПИ). ПРИ генерируется вследствие дифракции псевдо-фотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях периодической среды, аналогично ПРИ в монокристалле на атомных плоскостях [2, 3]. ДПИ возникает вследствие дифракции на слоях мишени переходного излучения, генерируемого вблизи передней поверхности мишени так же, как генерируется ДПИ в монокристалле [4, 5]. Следует отметить, что формулы динамической теории [1] хорошо описывают данные эксперимента по излучению релятивистских электронов в периодической слоистой среде [6].

Когерентное рентгеновское излучение релятивистского электрона в периодической слоистой среде для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени в геометрии рассеяния Лауэ впервые рассматривался в работе [7], а в геометрии рассеяния Брэгга в работе [8]. В работах [7, 8] было показано, что в периодической слоистой среде интенсивность КРИ релятивистских электронов должна быть в несколько раз выше, чем КРИ релятивистского электрона в монокристалле в аналогичных условиях. Также в работах [7, 8] была показана возможность увеличения интенсивности параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения за счет изменения параметров динамического рассеяния, определяющих степень отражения и поглощения рентгеновского излучения в периодической слоистой среде.

Примечательно, что слоистые структуры представляют большой интерес для генерации излучения в мягком рентгеновском диапазоне (100–2000 эВ), текущие исследования активно изучают эту область [9, 10, 11]. Стоит отметить недавние исследования по генерации мягкого рентгеновского излучения электронами низких энергий порядка десятков и сотен кэВ из структур Ван-дер-Ваальса [12, 13, 14]. Такие структуры могут быть использованы для создания настольных квазимонохроматических источников мягкого рентгеновского излучения с перестраиваемой длиной волны. Во всех цитируемых выше работах по излучению релятивистских электронов рассматривалась периодическая слоистая среда с двумя различными слоями в периоде. В недавних работах авторов [15, 16, 17, 18] исследовалось когерентное рентгеновское излучение в периодической слоистой среде и монокристалле в динамической дифракции рентгеновских волн.

В настоящей работе рассматривается когерентное рентгеновское излучение релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую среду с тремя слоями в периоде. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую мишень конечной толщины в геометрии рассеяния Брэгга. Исследована возможность влияния асимметрической дифракции на спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ.

2. Спектрально-угловая плотность излучения. Рассмотрим излучение релятивистских электронов, пересекающих в геометрии рассеяния Брэгга периодическую слоистую структуру, состоящую из трех различных чередующихся слоев с толщинами a , b и c на периоде $T = a + b + c$ (рис. 1). Обозначим диэлектрические восприимчивости атомных веществ, из которых состоят слои, соответственно χ_a , χ_b и χ_c . Отражающие слои периодической слоистой структуры расположены под некоторым углом δ к поверхности мишени (рис. 1), что соответствует случаю асимметричного отражения поля излучения ($\delta=0$ – частный случай симметричного отражения).

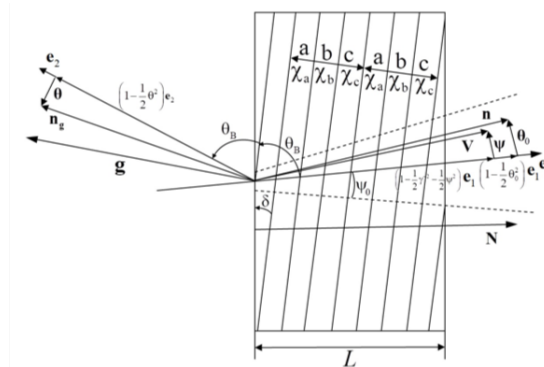


Рис. 1. Геометрия когерентного рентгеновского излучения в многослойной структуре

Fig. 1. Geometry of coherent X-ray radiation in a multilayer structure

Введем угловые переменные Ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона V и единичных векторов: $\mathbf{n}$ – в направлении импульса фотона, излученного вблизи направления вектора скорости электрона, и $\mathbf{n}_g$ – в направлении рассеяния Брэгга:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\Psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \Psi, \quad \mathbf{e}_1 \Psi = 0 \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, \quad \mathbf{e}_2 \theta_0 = 0, \quad \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 = \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta, \quad \mathbf{e}_2 \theta = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где θ – угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения $\mathbf{e}_2$, Ψ – угол отклонения рассматриваемого электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка $\mathbf{e}_1$, θ_0 – угол между направлением

распространения падающего фотона и осью $\mathbf{e}_1$, $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$ – лоренц-фактор электрона. Угловые переменные рассматриваются в виде суммы составляющих параллельных и перпендикулярных плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\Psi = \Psi_{\parallel} + \Psi_{\perp}$. Вектор $\mathbf{g}$ (рис. 1) аналогичен вектору обратной решетки в монокристалле, он перпендикулярен слоям мишени и его длина равна $g = \frac{2\pi}{T}$.

Запишем уравнение для фурье-образа напряженности электрического поля $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$, которое следует из системы уравнений Максвелла:

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}}' \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} = 4\pi i \omega \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}. \quad (2)$$

Фурье-образ напряженности электрического поля и плотности тока излучающего электрона имеют следующий вид: $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \mathbf{r})$, $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}} = 2\pi e V \delta(\omega - \mathbf{k} V)$.

$\chi_0(\omega)$ – средняя диэлектрическая восприимчивость периодической слоистой среды, χ_g и χ_{-g} – коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости по векторам $\mathbf{g}$:

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g} \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(-i\mathbf{g} x),$$

где $\chi_{\mathbf{g}} = \chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)$.

Средняя диэлектрическая восприимчивость χ_0 и χ_g в рассматриваемой периодической структуре имеет вид:

$$\begin{aligned} \chi_0(\omega) &= \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b + \frac{c}{T} \chi_c, \\ \chi_g &= \frac{1}{igT} (\chi_c - \chi_a + (\chi_a - \chi_b)e^{iga} + (\chi_b - \chi_c)e^{-igc}). \end{aligned} \quad (3)$$

Излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле в рентгеновском диапазоне частот является практически поперечным, значит фурье-образы напряженностей электрического поля падающего излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$ и дифрагированного излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}$ в периодической слоистой среде представим в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} &= E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} \mathbf{e}^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \mathbf{e}^{(2)}, \\ \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} &= E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(1)} \mathbf{e}_g^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(2)} \mathbf{e}_g^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}$, а векторы $\mathbf{e}_g^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}^{(2)}$, $\mathbf{e}_g^{(2)}$ лежат в плоскости векторов $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_g$ (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация). Векторы поляризации имеют вид:

$$\mathbf{e}^{(1)} = \mathbf{e}_g^{(1)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{g}]}{|\mathbf{k}, \mathbf{g}|}, \quad \mathbf{e}^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{e}^{(1)}]}{k}, \quad \mathbf{e}_g^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}_g, \mathbf{e}_g^{(1)}]}{k_g}.$$

Подставим выражения (4) в уравнение (2), получим в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции систему уравнений, которая связывает падающее и дифрагированное электромагнитные поля:

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} C^{(s, \tau)} &= 8\pi^2 i \omega e \Omega^{(s)} \delta(\omega - \mathbf{k} V), \\ ((\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} C^{(s, \tau)} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5) введены следующие обозначения:

$$C^{(s, \tau)} = \mathbf{e}_g^{(s)} \mathbf{e}^{(s)} = (-1)^{\tau} C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|,$$

$$\Omega^{(1)} = \mathbf{e}^{(1)} \mathbf{V} = \theta_{\perp} - \Psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \mathbf{e}^{(2)} \mathbf{V} = \theta_{\parallel} - \Psi_{\parallel}.$$

Поступая аналогично работе [9], найдем спектрально-угловую плотность когерентного рентгеновского излучения. Сначала решаем систему уравнений для падающего и дифрагированного полей в периодической слоистой среде. Затем, используя обычные граничные условия, найдем амплитуду фурье-образа напряженности электрического поля когерентного рентгеновского излучения. Используя выражение, описывающее спектрально-угловую плотность распределения фотонов когерентного рентгеновского излучения:

$$\omega \frac{d^2 N^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \left| E_{\text{Rad}}^{(s)} \right|^2, \quad (6)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ и их интерференцию:

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi'_0)^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}, \quad (7)$$

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - e^{-iB^{(s)} \Delta_+^{(s)}}}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta_-^{(s)}} \frac{1 - e^{-iB^{(s)} \Delta_-^{(s)}}}{\Delta_-^{(s)}} \right|^2, \quad (8)$$

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (9)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \varepsilon^2 \left| \left(\frac{e^{-iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - e^{iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}}{\Delta^{(s)}} \right) \right|^2, \quad (10)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} \Omega^{(1)} &= \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} - \psi_{\parallel}, \quad \Omega_{\pm}^{(s)} = \varepsilon \left(\left(\sigma^{(s)} - i\rho^{(s)} \right) e^{-iB^{(s)} \Delta_{\pm}^{(s)}} + \Delta_{\pm}^{(s)} \right), \\ \Gamma &= \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2, \quad \sigma^{(s)} = \frac{1}{v^{(s)} |\chi'_0|} \left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} - \psi_{\parallel})^2 + |\chi'_0| \right), \\ \Delta_{\pm}^{(s)} &= \frac{\xi^{(s)} \pm K^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} + i \frac{\rho^{(s)} (\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}, \quad \chi'_0 = \frac{a}{T} \chi'_a + \frac{b}{T} \chi'_b + \frac{c}{T} \chi'_c = \chi'_b \left(\delta'_{ab} I_1 + I_2 + \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} I_3 \right), \\ P_{\pm}^{(s)} &= \xi^{(s)} \pm K^{(s)} - i\rho^{(s)} \frac{1 + \varepsilon}{2}, \quad B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta + \theta_B)} \frac{L}{L_{\text{ext}}^{(s)}}, \\ L_{\text{ext}}^{(s)} &= \frac{\pi}{C^{(s)} \omega |\chi'_b| \sqrt{(1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}}, \\ K^{(s)} &= \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)} \left((1 + \varepsilon) \xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)} \varepsilon \right) - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2} \varepsilon \right)}, \quad \varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}, \\ \xi^{(s)}(\omega) &= \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 + \varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 L_{\text{ext}}^{(s)}}{V^2 T^2 \omega_B} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_B} \left(1 - \theta_{\parallel} \sqrt{\frac{T^2 \omega_B^2}{\pi^2} - 1} \right) \right), \\ \delta'_1 &= \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} - \delta'_{ab}, \quad \delta'_2 = \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} - 1, \quad \delta'_{ab} = \frac{\chi'_a}{\chi'_b}, \quad \delta'_{ac} = \frac{\chi'_a}{\chi'_c}, \quad I_1 = \left(1 + \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} + \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \right)^{-1}, \\ I_2 &= \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad I_3 = \left(1 + \frac{a}{c} + \frac{a}{c} \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \right)^{-1}, \\ \rho_a &= \frac{\chi''_a}{|\chi'_b|}, \quad \rho_b = \frac{\chi''_b}{|\chi'_b|}, \quad \rho_c = \frac{\chi''_c}{|\chi'_b|}, \quad \rho_1 = (\rho_a - \rho_b)(\rho_a - \rho_c), \quad \rho_2 = (\rho_b - \rho_a)(\rho_b - \rho_c), \\ \rho_3 &= (\rho_c - \rho_a)(\rho_c - \rho_b). \end{aligned} \quad (11)$$

Получены выражения для параметров динамического рассеяния рентгеновского излучения в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде:

$$\begin{aligned} v^{(s)} &= \frac{C^{(s)}}{\pi} \frac{\sqrt{(1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}}{I_2 \left| \frac{a}{b} \delta'_{ab} + 1 + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} \right|}, \\ \rho^{(s)} &= \frac{\pi}{C^{(s)}} \frac{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}{\sqrt{(1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}}, \\ \kappa^{(s)} &= \frac{C^{(s)}}{\pi} \frac{\sqrt{(\rho_1 \sin^2(I_1 \pi) + \rho_2 \sin^2(I_2 \pi) + \rho_3 \sin^2(I_3 \pi))}}{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}. \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим физический смысл параметров в (12), определяющих процесс распространения рентгеновского излучения в периодической слоистой среде. $\xi^{(s)}(\omega)$ и $\eta^{(s)}(\omega)$ – спектральные функции, быстро изменяющиеся с изменением частоты излучения ω в окрестности частоты Брэгга ω_B . Параметр $\nu^{(s)}$, характеризующий отражение электромагнитных волн на слоистой структуре мишени, может принимать значения из промежутка $0 \leq \nu^{(s)} \leq 1$. Значение параметра $\nu^{(s)}$ показывает степень интерференции рентгеновских волн, отраженных от различных слоев на периоде рассматриваемой мишени. Если $\nu^{(s)} \approx 1$, то интерференция наиболее конструктивна, а при $\nu^{(s)} \approx 0$ интерференция наиболее деструктивна. Параметр $\rho^{(s)}$ определяет степень фотопоглощения рентгеновского излучения в слоистой среде. Фотопоглощение излучения в слоях мишени определено отношениями ρ_a , ρ_b и ρ_c . Чем меньше значение параметра $\rho^{(s)}$, тем меньше фотопоглощение рентгеновского излучения. Этот параметр может быть представлен как отношение $\rho^{(s)} = \frac{L_{ext}^{(s)}}{L_{abs}}$ длины экстинкции рентгеновского излучения $L_{ext}^{(s)}$ в слоистой среде к средней длине его фотопоглощения $L_{abs} = T/\omega(a\chi_a'' + b\chi_b'' + c\chi_c'')$.

Значение параметра $\kappa^{(s)}$ определяет расположение в слоистой среде пучностей стоячей волны, которая образуется в результате интерференции падающей и дифрагированной волн. Параметр $\kappa^{(s)}$ принимает значения из промежутка $0 \leq \kappa^{(s)} \leq 1$. Если максимумы пучностей лежат на слое с большей электронной плотностью, то значение параметра $\kappa^{(s)}$ ближе к нулю, если максимумы пучностей лежат на слое с меньшей плотностью электронов (меньше фотопоглощение рентгеновского излучения), то значение параметра $\kappa^{(s)}$ ближе к единице.

Параметр ε определяет асимметрию отражения поля электрона и рентгеновского излучения относительно поверхности мишени. При фиксированном θ_B параметр ε определяет угол между поверхностью мишени и отражающими слоями δ . На рис. 1 показано положительное направление угла δ . В случае симметричного отражения поля электрона и рентгеновских волн относительно поверхности мишени, когда отражающие слои и поверхность мишени параллельны ($\delta = 0$), параметр асимметрии равен единице $\varepsilon = 1$.

Параметр $B^{(s)}$ характеризует толщину мишени L , он равен половине длины пути электрона $L_e = L/\sin(\delta + \theta_B)$, выраженной в длине экстинкции.

3. Численные расчеты. Далее на основе полученных выражений проведем численные расчеты и исследуем зависимость спектрально-угловых плотностей ПРИ и ДПИ от асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Положим угол между осью пучка релятивистских электронов и отражающими слоями (угол Брэгга) $\theta_B = 2.25^\circ$, при этом частота Брэгга $\omega_B = 8$ кэВ. Период слоистой среды положим равным $T = a + b + c = 0.002$ мкм. Действительную часть диэлектрической восприимчивости положим при рассматриваемой частоте излучения как у углерода: $\chi_b' = -2.25 \times 10^{-5}$. Вычисления проведем для значения параметра $S = 1$ (σ -поляризация).

На рис. 2 представлена геометрия когерентного рентгеновского излучения при асимметричной дифракции. Из рисунка следует, что при фиксированном пути электрона в мишени, при увеличении параметра асимметрии ε длина пути излученных фотонов уменьшается.

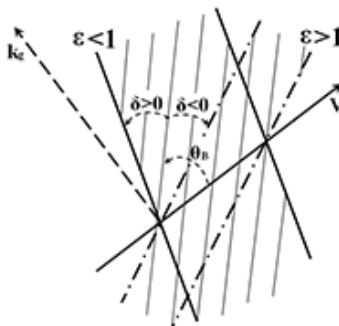


Рис. 2. Асимметричные ($\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$) отражения излучения от слоистой структуры в геометрии рассеяния Брэгга.

Случай $\varepsilon = 1$ ($\delta = 0$) соответствует симметричному отражению. Параметр асимметрии: $\varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}$
 Fig. 2. Asymmetric ($\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$) reflections of radiation from a layered structure in the Bragg scattering geometry. The case $\varepsilon = 1$ ($\delta = 0$) corresponds to symmetric reflection. The asymmetry parameter: $\varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}$

В случае уменьшения параметра асимметрии ε длина пути излученного фотона растет, и в случае поглощающей среды интенсивность излучения будет падать. На рис. 3 представлены кривые, построенные по формуле (7), описывающие спектрально-угловую плотность ПРИ при фиксированном угле наблюдения. Отметим, что на следующих рисунках параметры такие же, как на рис. 3, если нет указания к другим значениям параметров на рисунках. Кривые построены для различной асимметрии отражения, которая определяется параметром ε . Из рисунка следует существенное увеличение спектрально-угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии ε , что приводит к значительному росту угловой плотности ПРИ.

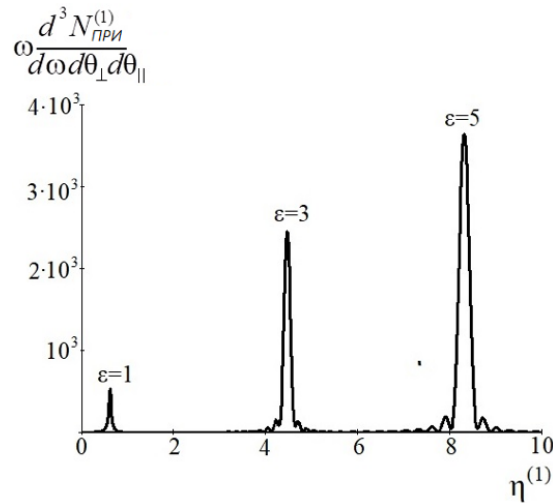


Рис. 3. Спектрально-угловые плотности ПРИ при различных значениях параметра асимметрии ϵ . Параметры: $\delta'_{ab} = 3$,

$$\delta'_{ac} = 0.5, \frac{a}{b} = 1, \frac{a}{c} = 1, \rho_a = 0.1, \rho_b = 0.05, \rho_c = 0.08, \rho^{(1)} = 0.064, \gamma = 500, B^{(1)} = 55, \theta_{\perp} = 10 \text{ mrad}, \theta_{\parallel} = 0$$

Fig. 3. Spectral-angular densities of PXR for different values of the asymmetry parameter ϵ . Parameters: $\delta'_{ab} = 3$, $\delta'_{ac} = 0.5$,

$$\frac{a}{b} = 1, \frac{a}{c} = 1, \rho_a = 0.1, \rho_b = 0.05, \rho_c = 0.08, \rho^{(1)} = 0.064, \gamma = 500, B^{(1)} = 55, \theta_{\perp} = 10 \text{ mrad}, \theta_{\parallel} = 0$$

Значительный рост спектрально-угловой и угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии ϵ возникает по двум причинам. Первой причиной является то, что при увеличении параметра асимметрии ϵ уменьшается длина пути и, как следствие, фотопоглощение рентгеновского излучения. Если положить, что фотопоглощения нет, то есть параметр поглощения равен нулю $\rho^{(1)} = 0$, то амплитуда спектра будет одинаковой при разных асимметриях, что демонстрируют кривые, представленные на рис. 4.

При этом ширина пиков спектра ПРИ остаётся разной. Таким образом ширина спектра ПРИ увеличивается при увеличении параметра ϵ . Это связано с тем, что резонансное условие $\text{Re} \left(\Delta_+^{(s)} \right) \approx \frac{\xi^{(s)}(\omega) + \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \epsilon}}{\epsilon} - \sigma^{(s)} = 0$ зависит от параметра асимметрии ϵ . При увеличении параметра ϵ резонансное условие меняется медленнее с изменением частоты излучения ω , поэтому ширина спектра ПРИ растет.

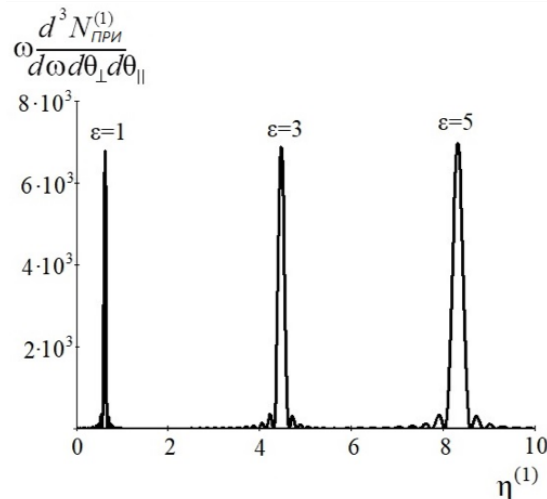


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но при отсутствии фотопоглощения рентгеновского излучения: $\rho^{(1)} = 0$

Fig. 4. Same as in Fig. 3, but in the absence of photoabsorption of X-ray radiation: $\rho^{(1)} = 0$

На рис. 5 представлены кривые, построенные по формуле (9), описывающей спектрально-угловую плотность ДПИ при фиксированном угле наблюдения. Кривые демонстрируют рост спектрально-угловой плотности ДПИ при увеличении параметра асимметрии ϵ .

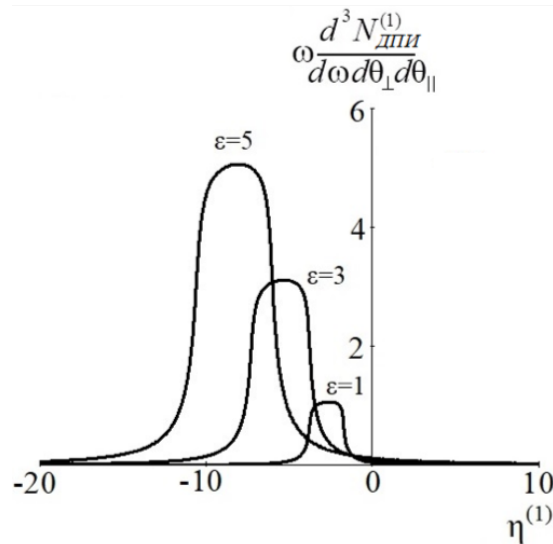


Рис. 5. Спектрально-угловые плотности ДПИ при различных значениях параметра асимметрии ε . Угол наблюдения: $\theta_{\perp} = 2$ mrad, $\theta_{\parallel} = 0$

Fig. 5. Spectral-angular densities of the DTR for different values of the asymmetry parameter ε . Угол наблюдения: $\theta_{\perp} = 2$ mrad, $\theta_{\parallel} = 0$

3. Заключение. Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде. Получены выражения для параметров динамического рассеяния рентгеновского излучения в периодической слоистой среде. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую среду. Показано значительное увеличение спектрально-угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии ε . Показан значительный рост спектрально-угловой плотности ДПИ при увеличении параметра асимметрической дифракции ε .

Список литературы

1. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A. and Gary C.K. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):036504.
2. Garibian G.M. and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x-rays. *Physical Review A*. 1989; 40(8):4322.
5. Nasonov N.N. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148.
6. Kaplin V.V. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror *Applied Physics Letters*. 76. 2000;24:3647-3649.
7. Blazhevich S.V., Kolosova I.V. and Noskov A.V. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2012;114:547-554.
8. Blazhevich S.V., Noskov A.V. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2013;309:70-75.
9. Potylitsyn A. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Springer. 2011.216 p.
10. Uglov S.R., Kaplin V.V., Kubankin A.S. et.al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev M.V., Uglov S.R., Vukolov A.V. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.
12. Huang S., Duan R., Pramanik N., Herrin J.S., Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224-230.
13. Huang S., Duan R., Pramanik N., Boothroyd C., Liu Z., Wong L.J. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.

14. Shi X., Kurman Y., Shentcis M., Wong L.J., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light: Science & Applications*. 2023;12(1):148.
15. Blazhevich S.V., Noskov A.V. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron Beam in a Periodic Layered Medium in the Bragg Scattering Geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2017;125(2):223–234.
16. Blazhevich S.V., Drygina Yu.A., Shevchuk O.Yu., Noskov A.V. Coherent X-Ray Radiation Generated Near the Axis of the Beam of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2020;14(3):586–595.
17. Носков А.В., Бондаренко В.А., Блажевич С.В., Юрьева А.А., Федосеев А.Э. О влиянии многократного рассеяния на переходное излучение в монокристалле. *Прикладная математика & Физика*. 2023;55(2):183–192.
18. Носков А.В., Киперша В.К., Блажевич С.В., Плесканев А.А., Ильинский Р.Ю., Волошкина Е.В. Спектрально-угловые плотности переходного излучения и дифрагированного переходного излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде. *Прикладная математика & Физика*. 2024;56(1):66–74.

References

1. Nasonov NN, Kaplin VV, Uglov SR, Piestrup MA and Gary CK. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):036504.
2. Garibian GM and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky VG, Feranchuk ID. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x-rays. *Physical Review A*. 1989; 40(8):4322.
5. Nasonov NN. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148.
6. Kaplin VV. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror *Applied Physics Letters*. 76. 2000;24:3647–3649.
7. Blazhevich SV, Kolosova IV and Noskov AV. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2012;114:547–554.
8. Blazhevich SV, Noskov AV. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2013;309:70–75.
9. Potylitsyn A. Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures. Springer. 2011.216 p.
10. Uglov SR, Kaplin VV, Kubankin AS. et.al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev M.V., Uglov S.R., Vukolov A.V. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.
12. Huang S, Duan R, Pramanik N, Herrin JS, Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224–230.
13. Huang S, Duan R, Pramanik N, Boothroyd C, Liu Z, Wong LJ. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.
14. Shi X, Kurman Y, Shentcis M, Wong L.J., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light: Science & Applications*. 2023;12(1):148.
15. Blazhevich SV, Noskov AV. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron Beam in a Periodic Layered Medium in the Bragg Scattering Geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2017;125(2):223–234.
16. Blazhevich SV, Drygina YuA, Shevchuk OYu, Noskov AV. Coherent X-Ray Radiation Generated Near the Axis of the Beam of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2020;14(3):586–595.
17. Noskov AV., Bondarenko VA., Blazhevich SV., Yuryeva AA., Fedoseev AE. On the influence of multiple scattering on transition radiation in a single crystal. *Applied Mathematics & Physics*. 2023;55(2):183–192.
18. Noskov AV., Kipersha VK., Blazhevich SV., Pleskanov AA., Ilyinsky RYu., Voloshkina EV. Spectral-angular densities of transition radiation and diffracted transition radiation of relativistic electrons in a periodic layered medium. *Applied Mathematics & Physics*. 2024;56(1):66–74.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 10.01.2025

Поступила после рецензирования 24.02.2025

Принята к публикации 26.02.2025

Received January 10, 2025

Revised February 24, 2025

Accepted February 26, 2025

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Носков Антон Валерьевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики, Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия

Блажевич Сергей Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Чуева Анастасия Игоревна – аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Мачукаев Дени Даудович – аспирант кафедры теоретической и прикладной химии, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

Киперша Владислав Константинович – аспирант кафедры теоретической и прикладной химии, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Anton V. Noskov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Physics, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Sergey V. Blazhevich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

Anastasia I. Chueva – Graduate Student of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

Deni D. Machukaev – Graduate Student of the Department of Theoretical and Applied Chemistry, Belgorod State Shukhov's Technological University, Belgorod, Russia

Vladislav K. Kipersha – Graduate Student of the Department of Theoretical and Applied Chemistry, Belgorod State Shukhov's Technological University, Belgorod, Russia

[К содержанию](#)