

Влияние расходимости электронного пучка на КРИ в периодической слоистой среде с тремя слоями на периоде

Носков А. В.¹, Мачукаев Д. Д.², Киперша В. К.², Пугина П. Д.¹, Пирматова М. Д.¹

¹ Московский технический университет связи и информатики,
Россия, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, 8а

² Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова,
Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46

noskovbupk@mail.ru

Аннотация. Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения пучков релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями на периоде. Когерентное рентгеновское излучение рассматривается в геометрии рассеяния Брэгга в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции в виде суммы вкладов параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения с учетом их интерференции. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые и угловые плотности параметрического рентгеновского излучения, дифрагированного переходного излучения и их интерференции с учетом угловой расходимости электронного пучка. На основе полученных выражений проведены численные расчеты для конкретных параметров процесса излучения.

Ключевые слова: периодическая слоистая структура, трехслойная структура, динамическая дифракция, угловая расходимость пучка электронов, когерентное рентгеновское излучение

Для цитирования: Носков А.В., Мачукаев Д.Д., Киперша В.К., Пугина П.Д., Пирматова М.Д. Влияние расходимости электронного пучка на КРИ в периодической слоистой среде с тремя слоями на периоде. *Прикладная математика & Физика*. 2025;57(4):279–289. DOI 10.52575/2687-0959-2025-57-4-279-289 EDN PMLNAZ

Short Communication

The Influence of Electron Beam Divergence on the CXR in a Periodic Layered Medium With Three Layers Per Period

Anton V. Noskov¹, Deni D. Machukaev², Vladislav K. Kipersha², Polina D. Pugina¹,

Maria D. Pirmatova¹

¹ Moscow Technical University of Communications and Informatics,
8a Aviamotornaya St., Moscow 111024, Russia

² Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov,
46 Kostyukova St., Belgorod 308012, Russia

noskovbupk@mail.ru

Abstract. A dynamic theory of coherent X-ray radiation of relativistic electron beams in a periodic layered medium with three layers per period has been developed. Coherent X-ray radiation is considered in the Bragg scattering geometry within the framework of the two-wave approximation of the dynamic diffraction theory as a sum of contributions from parametric X-ray radiation and diffracted transition radiation, taking into account their interference. Expressions are obtained that describe the spectral-angular and angular densities of parametric X-ray radiation, diffracted transition radiation and their interference, taking into account the angular divergence of the electron beam. Based on the expressions obtained, numerical calculations are performed for specific parameters of the radiation process.

Keywords: Periodic Layered Structure, Three-layer Structure, Dynamic Diffraction, Angular Divergence of the Electron Beam, Coherent X-ray Radiation

For citation: Noskov AV., Machukaev DD., Kipersha VK., Pugina PD., Pirmatova MD. The Influence of Electron Beam Divergence on the CXR in a Periodic Layered Medium With Three Layers Per Period. *Applied Mathematics & Physics*. 2025;57(4):279–289 (In Russ.).

DOI 10.52575/2687-0959-2025-57-4-279-289 EDN PMLNAZ

1. Введение. Впервые когерентное рентгеновское излучение (КРИ) релятивистских электронов, пересекающих мишень, имеющую периодическую слоистую структуру, в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн исследовалось в работе [1]. Параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) в такой мишени генерируется вследствие дифракции псевдо-фотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях, аналогично генерации ПРИ в монокристалле на атомных плоскостях [2, 3]. Дифрагированное переходное излучение (ДПИ) возникает вследствие дифракции на слоях мишени

переходного излучения (ПИ), генерируемого вблизи передней поверхности мишени, так же как ДПИ в монокристалле возникает вследствие дифракции ПИ на атомных плоскостях [4, 5]. Следует отметить, что формулы динамической теории [1] хорошо описывают данные эксперимента по излучению релятивистских электронов в периодической слоистой среде [6]. КРИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде для общего случая асимметричного относительно поверхности мишени отражения поля электрона в геометрии рассеяния Лауэ впервые рассматривался в работе [7], а в геометрии рассеяния Брэгга – в работе [8]. В работах [7, 8] было показано, что в периодической слоистой среде интенсивность КРИ релятивистских электронов должна быть в несколько раз выше, чем КРИ релятивистского электрона в монокристалле в аналогичных условиях. Также в работах [7, 8] была показана возможность увеличения интенсивности параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения за счет изменения параметров динамического рассеяния, определяющих степень отражения и поглощения рентгеновского излучения в периодической слоистой среде.

Примечательно, что слоистые структуры представляют большой интерес для генерации излучения в мягком рентгеновском диапазоне (100-2000 эВ), текущие исследования активно изучают эту область [9, 10, 11]. Стоит отметить недавние исследования по генерации мягкого рентгеновского излучения электронами низких энергий порядка десятков и сотен кэВ из структур Ван-дер-Ваальса [12, 13, 14]. В недавних работах авторов [15, 16, 17, 18] исследовалось когерентное рентгеновское излучение в периодической слоистой среде и монокристалле в динамической дифракции рентгеновских волн.

Во всех цитируемых выше работах излучение релятивистских электронов рассматривалось в периодической слоистой среде с двумя различными слоями на периоде.

Когерентное рентгеновское излучение релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую структуру с тремя слоями на период, впервые рассматривалось в работе [19].

В работе [19] получены выражения, описывающие спектрально-угловые ПРИ и ДПИ в трехслойной структуре. Показано, что, меняя параметры слоев рассматриваемой трехслойной структуры, можно влиять на параметры динамического рассеяния рентгеновского излучения. Показана возможность значительного роста параметров динамического рассеяния рентгеновских волн в слоистой среде с тремя слоями в периоде. В работах [20, 21] исследовалась возможность проявления эффектов динамической дифракции в ПРИ и ДПИ релятивистских электронов в рассматриваемой трехслойной структуре.

Так как в реальном эксперименте пучок релятивистских электронов обладает определенной угловой расходимостью, то интерес представляет вопрос о влиянии расходимости электронного пучка на спектрально-угловые плотности ПРИ и ДПИ, генерируемых в рассматриваемой периодической слоистой среде с тремя слоями на один период. Расходимость электронного пучка может повлиять также на эффекты динамической дифракции при рассеянии и генерации когерентного рентгеновского излучения в периодической среде. Настоящая работа посвящена исследованию влияния угловой расходимости электронного пучка на когерентное рентгеновское излучение релятивистских электронов в рассматриваемой периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые и угловые плотности ПРИ и ДПИ с учетом угловой расходимости пучка релятивистских электронов.

2. Геометрия процесса излучения. Рассмотрим излучение релятивистских электронов, пересекающих в геометрии рассеяния Брэгга периодическую слоистую структуру, состоящую из трех различных чередующихся слоев с толщинами a , b и c на периоде $T = a + b + c$ (рис. 1). Диэлектрические восприимчивости атомных веществ, из которых состоят слои, обозначим соответственно: χ_a , χ_b и χ_c . Отражающие слои периодической слоистой структуры расположены под некоторым углом δ к поверхности мишени (рис. 1), что соответствует случаю асимметричного отражения поля излучения ($\delta=0$ – частный случай симметричного отражения).

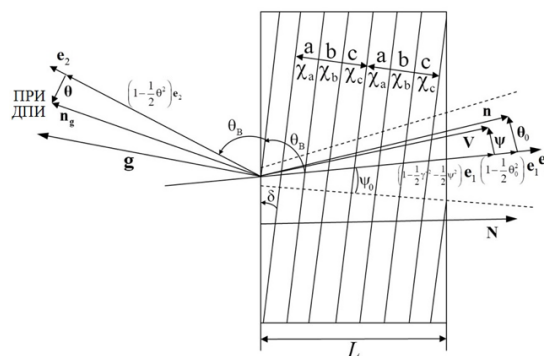


Рис. 1. Геометрия когерентного рентгеновского излучения в многослойной структуре

Fig. 1. Geometry of coherent X-ray radiation in a multilayer structure

Введем угловые переменные Ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона V и единичных векторов: \mathbf{n} – в направлении импульса фотона, излученного вблизи направления вектора скорости электрона, и \mathbf{n}_g – в направлении рассеяния Брэгга:

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\Psi^2\right)\mathbf{e}_1 + \Psi, \quad \mathbf{e}_1\Psi = 0 \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right)\mathbf{e}_1 + \theta_0, \quad \mathbf{e}_1\theta_0 = 0, \quad \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 = \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)\mathbf{e}_2 + \theta, \quad \mathbf{e}_2\theta = 0,\end{aligned}\quad (1)$$

где θ – угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , Ψ – угол отклонения рассматриваемого электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 – угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ – Лоренц-фактор электрона. Угловые переменные рассматриваются в виде суммы составляющих параллельных и перпендикулярных плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\Psi = \Psi_{\parallel} + \Psi_{\perp}$.

Вектор \mathbf{g} (рис. 1) аналогичен вектору обратной решетки в монокристалле. Его длина может принимать значения $g = \frac{2\pi}{T}n$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Число n определяет гармонику отраженной волны.

Излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле в рентгеновском диапазоне частот является практически поперечным, значит Фурье-образы напряженностей электрического поля падающего излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$ и дифрагированного излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}+\mathbf{g}}$ в периодической слоистой среде представим в виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} &= E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)}\mathbf{e}^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)}\mathbf{e}^{(2)}, \\ \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}+\mathbf{g}} &= E_{\omega, \mathbf{k}+\mathbf{g}}^{(1)}\mathbf{e}_g^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k}+\mathbf{g}}^{(2)}\mathbf{e}_g^{(2)},\end{aligned}$$

где векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_g^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}^{(2)}$, $\mathbf{e}_g^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация). Векторы поляризации имеют вид:

$$\mathbf{e}^{(1)} = \mathbf{e}_g^{(1)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{g}]}{|\mathbf{k}, \mathbf{g}|}, \quad \mathbf{e}^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{e}^{(1)}]}{k}, \quad \mathbf{e}_g^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}_g, \mathbf{e}^{(1)}]}{k_g}.$$

Разложение диэлектрической восприимчивости в рассматриваемой структуре по векторам обратной решетки имеет вид:

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}),$$

где средняя диэлектрическая восприимчивость χ_0 и $\chi_{\mathbf{g}}$ в рассматриваемой периодической структуре имеет вид:

$$\begin{aligned}\chi_0(\omega) &= \frac{a}{T}\chi_a + \frac{b}{T}\chi_b + \frac{c}{T}\chi_c, \\ \chi_{\mathbf{g}} &= \frac{1}{igT} (\chi_c - \chi_a + (\chi_a - \chi_b)e^{iga} + (\chi_b - \chi_c)e^{-igc}).\end{aligned}$$

3. Спектрально-угловые и угловые плотности излучений. В работе [19] были получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ и их интерференцию:

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi_0')^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}, \quad (2)$$

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta^{(s)}} \frac{1 - \exp(-iB^{(s)}\Delta_+^{(s)})}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta^{(s)}} \frac{1 - \exp(-iB^{(s)}\Delta_-^{(s)})}{\Delta_-^{(s)}} \right|^2, \quad (3)$$

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi_0'} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (4)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \varepsilon^2 \left| \frac{\exp\left(-iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right) - \exp\left(iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{P_-^{(s)} \exp\left(-iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right) - P_+^{(s)} \exp\left(iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)} \right|^2, \quad (5)$$

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ИНТ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Gamma - \chi'_0} \left(\frac{1}{\Gamma - \chi'_0} - \frac{1}{\Gamma} \right) R_{\text{ИНТ}}^{(s)}, \quad (6)$$

$$R_{\text{ИНТ}}^{(s)} = 2\varepsilon R_e \left(\left(\frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - \exp\left(-iB^{(s)} \Delta_+^{(s)}\right)}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta_-^{(s)}} \frac{1 - \exp\left(-iB^{(s)} \Delta_-^{(s)}\right)}{\Delta_-^{(s)}} \right) \times \left(\frac{\exp\left(-iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right) - \exp\left(iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)}{P_-^{(s)} \exp\left(-iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right) - P_+^{(s)} \exp\left(iB^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}\right)} \right)^* \right), \quad (7)$$

где приняты обозначения:

$$\begin{aligned} \Omega_{\pm}^{(s)} &= \varepsilon \left(\left(\sigma^{(s)} - i\rho^{(s)} \right) e^{-ib^{(s)} \Delta_{\mp}^{(s)}} + \Delta_{\pm}^{(s)} \right), \quad \Gamma = \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \Psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \Psi_{\parallel})^2, \quad \Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \Psi_{\perp}, \\ \Omega^{(2)} &= \theta_{\parallel} + \Psi_{\parallel}, \quad \sigma^{(s)} = \omega L_{\text{ext}}^{(s)} (\Gamma - X'_0), \quad \Delta_{\pm}^{(s)} = P_{\mp}^{(s)} \exp\left(-iB^{(s)} \Delta_{\pm}^{(s)}\right) - P_{\pm}^{(s)} \exp\left(-iB^{(s)} \Delta_{\mp}^{(s)}\right), \\ P_{\pm}^{(s)} &= \xi^{(s)} \pm K^{(s)} - i\rho^{(s)} \frac{1 + \varepsilon}{2}, \quad \Delta_{\pm}^{(s)} = \frac{\xi^{(s)} \pm K^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} + i \frac{\rho^{(s)}(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}, \quad \chi'_0 = \frac{a}{T} \chi'_a + \frac{b}{T} \chi'_b + \frac{c}{T} \chi'_c, \\ K^{(s)} &= \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)} \left((1 + \varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon \right) - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right)}, \quad \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2\pi^2 n^2 L_{\text{ext}}^{(s)}}{V^2 T^2 \omega_B} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_B} \left(1 - \theta_{\parallel} \sqrt{\frac{T^2 \omega_B^2}{\pi^2 n^2} - 1} \right) \right), \quad \varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}, \quad B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta + \theta_B)} \frac{L}{L_{\text{ext}}^{(s)}}, \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{\nu^{(s)} |\chi'_0|} \left(\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \Psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \Psi_{\parallel})^2 + |\chi'_0| \right), \quad \chi'_0 = \chi'_b \left(\delta'_{ab} I_1 + I_2 + \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} I_3 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Параметры динамического рассеяния:

$$\nu^{(s)} = \frac{C^{(s)}}{\pi n} \frac{\sqrt{(1 - \delta'_{ab})\delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1)\delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}}{I_2 \left| \frac{a}{b} \delta'_{ab} + 1 + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} \right|}, \quad (9)$$

$$\rho^{(s)} = \frac{\pi n}{C^{(s)}} \frac{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}{\sqrt{(1 - \delta'_{ab})\delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1)\delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}}, \quad (10)$$

$$\kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)}}{\pi n} \frac{\sqrt{(\rho_1 \sin^2(I_1 \pi) + \rho_2 \sin^2(I_2 \pi) + \rho_3 \sin^2(I_3 \pi))}}{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \delta'_1 &= \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} - \delta'_{ab}, \quad \delta'_2 = \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} - 1, \quad \delta'_{ab} = \frac{\chi'_a}{\chi'_b}, \quad \delta'_{ac} = \frac{\chi'_a}{\chi'_c}, \quad \rho_a = \frac{\chi''_a}{|\chi'_a|}, \quad \rho_b = \frac{\chi''_b}{|\chi'_b|}, \quad \rho_c = \frac{\chi''_c}{|\chi'_c|}, \\ \rho_1 &= (\rho_a - \rho_b)(\rho_a - \rho_c), \quad \rho_2 = (\rho_b - \rho_a)(\rho_b - \rho_c), \quad \rho_3 = (\rho_c - \rho_a)(\rho_c - \rho_b), \\ I_1 &= \left(1 + \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} + \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad I_2 = \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad I_3 = \left(1 + \frac{a}{c} + \frac{a}{c} \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

При $s = 1$ выражения (2)–(8) описывают поля σ -поляризованные, а при $s = 2$ поля π -поляризованные. $\xi^{(s)}(\omega)$ и $\eta^{(s)}(\omega)$ – спектральные функции, быстро изменяющиеся с изменением частоты излучения ω в окрестности частоты Брэгга ω_B . Значение параметра $\nu^{(s)}$ показывает степень интерференции рентгеновских волн, отраженных от различных слоев на периоде рассматриваемой мишени. Если $\nu^{(s)} \approx 1$, то интерференция наиболее конструктивна, а при $\nu^{(s)} \approx 0$ интерференция наиболее деструктивна. Параметр

$\rho^{(s)}$ определяет степень фотопоглощения рентгеновского излучения в слоистой среде. Фотопоглощение излучения в слоях мишени определены отношениями ρ_a, ρ_b и ρ_c . Чем меньше значение параметра $\rho^{(s)}$, тем меньше фотопоглощение рентгеновского излучения. Этот параметр может быть представлен как отношение $\rho^{(s)} = \frac{L_{ext}^{(s)}}{L_{abs}^{(s)}}$ длины экстинкции рентгеновского излучения $L_{ext}^{(s)}$ в слоистой среде к средней длине его фотопоглощения $L_{abs} = T/\omega(a\chi_a'' + b\chi_b'' + c\chi_c'')$. Значение параметра $\kappa^{(s)}$ определяет расположение в слоистой среде пучностей стоячей волны, которая образуется в результате интерференции падающей и дифрагированной волн. Параметр $\kappa^{(s)}$ принимает значения из промежутка $0 \leq \kappa^{(s)} \leq 1$. Если максимумы пучностей лежат на слое с большей электронной плотностью, то значение параметра $\kappa^{(s)}$ ближе к нулю, если максимумы пучностей лежат на слое с меньшей плотностью электронов (меньше фотопоглощение рентгеновского излучения), то значение параметра $\kappa^{(s)}$ ближе к единице.

Параметр ε определяет асимметрию отражения поля электрона и рентгеновского излучения относительно поверхности мишени. При фиксированном θ_B параметр ε определяет угол между поверхностью мишени и отражающими слоями δ . На рис. 1 показано положительное направление угла δ . В случае симметричного отражения поля электрона и рентгеновских волн относительно поверхности мишени, когда отражающие слои и поверхность мишени параллельны ($\delta = 0$), параметр асимметрии равен единице $\varepsilon = 1$.

Спектральная функция $R_{ПРИ}^{(s)}$ (3) описывает спектр ПРИ в виде вкладов двух ветвей возбужденных рентгеновских волн ПРИ и их интерференции. Вклад первой и второй ветви в спектр ПРИ существует, когда соответственно выполняются приближенные равенства $\text{Re}(\Delta_+^{(s)}) \approx (\xi^{(s)}(\omega) + \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon})/\varepsilon - \sigma^{(s)} = 0$, $\text{Re}(\Delta_-^{(s)}) \approx (\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon})/\varepsilon - \sigma^{(s)} = 0$. Эти уравнения имеют решение $\xi^{(s)*}(\omega^*) = \sqrt{\varepsilon} + \frac{(\sigma^{(s)}\sqrt{\varepsilon}-1)^2}{2\sigma^{(s)}}$.

Так как $\sigma^{(s)} > 1$, то в случае симметричного отражения ($\varepsilon = 1$) и при $\varepsilon > 1$ вклад в ПРИ будет давать только первая ветвь ПРИ. При этом спектрально-угловая плотность второй ветви ПРИ при условии $\varepsilon < 1/\sigma^{(s)2}$ пренебрежимо мала по сравнению со спектрально-угловой плотностью первой ветви ПРИ при условии $\varepsilon > 1/\sigma^{(s)2}$. В связи с этим в настоящей работе ограничимся рассмотрением первой ветви ПРИ и случаем симметричного отражения.

Проинтегрируем выражения (2), (4) и (6) по спектральной функции $\eta^{(s)}(\omega)$, используя соотношение $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{T^2\omega_B}{2\pi^2 n^2 L_{ext}^{(s)}} d\eta^{(s)}(\omega)$, следующее из $\eta^{(s)}(\omega)$ (8). Так как спектральный пик ПРИ расположен в интервале $\xi^{(s)}(\omega) > \sqrt{\varepsilon}$, то интервал интегрирования для спектра ПРИ и интерференции ПРИ и ДПИ имеет диапазон $\eta^{(s)}(\omega) > \sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}$. Получим выражения для угловых плотностей ПРИ, ДПИ и их интерференцию:

$$\frac{d^2 N_{ПРИ}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{ext}^{(s)}} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi_0')^2} \int_{\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}}^{\infty} \left| \frac{\Omega_+^{(s)} 1 - \exp(-iB^{(s)}\Delta_+^{(s)})}{\Delta_+^{(s)}} \right|^2 d\eta^{(s)}, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 N_{ДПИ}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{ext}^{(s)}} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi_0'} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{ДПИ}^{(s)} d\eta^{(s)}, \quad (14)$$

$$\frac{d^2 N_{ИНТ}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{ext}^{(s)}} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Gamma - \chi_0'} \left(\frac{1}{\Gamma - \chi_0'} - \frac{1}{\Gamma} \right) \int_{\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}}^{\infty} R_{ИНТ}^{(s)} d\eta^{(s)}. \quad (15)$$

Полученные выражения (16)–(18), (13)–(15) описывают спектрально-угловую плотность излучения, возбуждаемого в мишени одним электроном, движущимся в пучке под углом $\Psi(\Psi_{\perp}, \Psi_{\parallel})$ к оси электронного пучка. Чтобы получить характеристики излучения, возбуждаемого всеми электронами расходящегося пучка, усредним выражения для спектрально-угловых и угловых плотностей ПРИ, ДПИ и их интерференционного слагаемого по всем его возможным прямолинейным траекториям электрона в пучке. Так как в основном угловое распределение электронов в пучке близко к нормальному, то усреднение проведем по функции распределения Гаусса

$$f(\Psi) = \frac{1}{\pi\Psi_0^2} \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right).$$

Параметр Ψ_0 будем называть расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис. 1). Угол Ψ_0 определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в e раз по сравнению с плотностью на оси пучка. В этом случае выражения для

усредненных спектрально-угловых и угловых плотностей ПРИ, ДПИ и интерференционного слагаемого, нормированных на число электронов в пучке, принимают вид:

$$\left\langle \omega \frac{d^3 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi'_0)^2} \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - \exp(-iB^{(s)} \Delta_+^{(s)})}{\Delta_+^{(s)}} \right|^2 \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}, \quad (16)$$

$$\left\langle \frac{d^2 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{\text{ext}}^{(s)}} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi'_0)^2} \left[\int_{\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}}^{\infty} \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - \exp(-iB^{(s)} \Delta_+^{(s)})}{\Delta_+^{(s)}} \right|^2 d\eta^{(s)} \right] \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}, \quad (17)$$

$$\left\langle \omega \frac{d^3 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi'_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}, \quad (18)$$

$$\left\langle \frac{d^2 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{\text{ext}}^{(s)}} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi'_0} \right)^2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\eta^{(s)} \right] \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}, \quad (19)$$

$$\left\langle \omega \frac{d^3 N_{\text{ИНТ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Gamma - \chi'_0} \left(\frac{1}{\Gamma - \chi'_0} - \frac{1}{\Gamma} \right) R_{\text{ИНТ}}^{(s)} \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}, \quad (20)$$

$$\left\langle \frac{d^2 N_{\text{ИНТ}}^{(s)}}{d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} \right\rangle = \frac{e^2 T^2 \omega_B}{2\pi^4 n^2 L_{\text{ext}}^{(s)}} \frac{1}{\pi \Psi_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Gamma - \chi'_0} \left(\frac{1}{\Gamma - \chi'_0} - \frac{1}{\Gamma} \right) \left[\int_{\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}}^{\infty} R_{\text{ИНТ}}^{(s)} d\eta^{(s)} \right] \exp\left(-\frac{\Psi_{\perp}^2 + \Psi_{\parallel}^2}{\Psi_0^2}\right) d\Psi_{\perp} d\Psi_{\parallel}. \quad (21)$$

Полученные выражения (16)–(21) для когерентного рентгеновского излучения пучка релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями на периоде являются главным результатом настоящей работы. Они получены с учетом расходимости электронного пучка, учитывают фотопоглощение рентгеновского излучения материалом мишени и асимметрию дифракции рентгеновского излучения на слоистой структуре материала, которая определяется параметром ε . Выражения получены в явном виде и могут быть использованы для анализа свойств спектрально-угловых характеристик ПРИ, ДПИ и их интерференции при различных параметрах мишени и электронного пучка. Для примера проведем некоторые расчеты.

4. Численные расчеты. Для вычисления спектрально-угловых и угловых плотностей излучений для определенности положим угол между осью пучка релятивистских электронов и отражающими слоями (угол Брэгга) $\theta_B = 2.25^\circ$, при этом частота Брэгга $\omega_B = 8$ кэВ. Период слоистой среды равен: $T = a + b + c = 0.002$ мкм. Действительную часть диэлектрической восприимчивости второго слоя положим при рассматриваемой частоте излучения как у углерода: $\chi'_b = -2.25 \times 10^{-5}$. Вычисления проведем для значения параметра $s = 1$ (σ -поляризации) и для первой гармоники дифрагированных волн $n = 1$. Диэлектрические свойства первого и третьего слоев определим с помощью соотношений: $\delta'_{ab} = \frac{\chi'_a}{\chi'_b} = 3$, $\delta'_{ac} = \frac{\chi'_a}{\chi'_c} = 0.7$. Толщины слоев определим с помощью соотношений: $\frac{a}{b} = 0.5$ и $\frac{a}{c} = 1$ при фиксированном периоде T . Фотопоглощение в каждом слое определим с помощью соотношений: $\rho_a = \frac{\chi''_a}{|\chi'_b|} = 0.05$, $\rho_b = \frac{\chi''_b}{|\chi'_b|} = 0.01$, $\rho_c = \frac{\chi''_c}{|\chi'_b|} = 0.04$. В этом случае параметры динамического рассеяния и поглощения (9), (10) и (11) принимают значения: $\nu^{(1)} = 0.373$, $\kappa^{(1)} = 0.4$, $\rho^{(1)} = 0.032$. Параметр асимметрии равен единице $\varepsilon = 1$, то есть слои мишени параллельны ее поверхности.

На рис. 2 показаны кривые, построенные по формуле (2), описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ релятивистского электрона с Лоренц-фактором $\gamma = 500$ при фиксированном угле наблюдения $\theta_{\perp} = 7.5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$, соответствующему максимуму угловой плотности ПРИ ($\theta_{\perp} = \sqrt{\gamma^2 - \chi'_0}$). Электрон движется вдоль оси электронного пучка $\Psi_{\perp} = \Psi_{\parallel} = 0$, при этом расходимость электронного пучка равна нулю ($\Psi_0 = 0$). Кривые построены для разных толщин мишени L . Из рис. 2 следует, что для рассматриваемых параметров мишени насыщение спектрально-угловой плотности ПРИ наступает при толщине мишени $L = 15$ мкм. На рис. 3 представлены кривые, построенные по формуле (13), описывающие угловые плотности ПРИ для разных толщин мишени L . Из рисунка следует, что насыщение угловой плотности ПРИ наступает при толщине мишени $L = 5$ мкм.

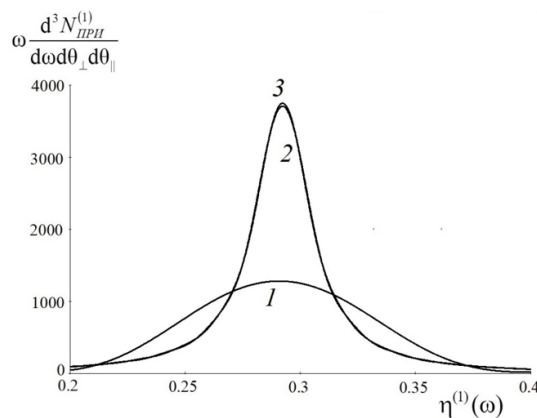


Рис. 2. Спектрально-угловые плотности ПРИ для различных толщин мишени L : 1 – $L = 3$ мкм, 2 – $L = 15$ мкм, 3 – $L = 17$ мкм. Параметры: $\gamma = 500$, $\Psi_0 = 0$

Fig. 2. Spectral-angular densities of PXR for different target thicknesses L : 1 – $L = 3 \mu m$, 2 – $L = 15 \mu m$, 3 – $L = 17 \mu m$. Parameters: $\gamma = 500$, $\Psi_0 = 0$

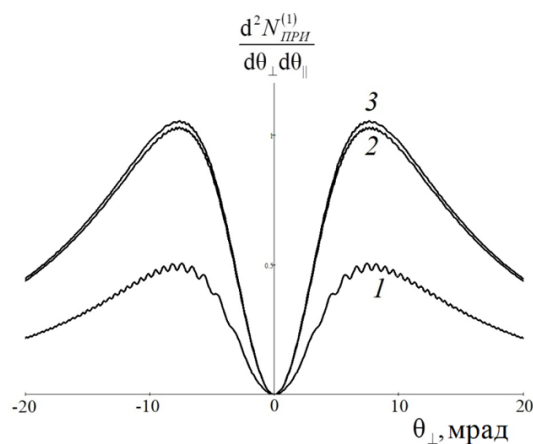


Рис. 3. Угловые плотности ПРИ для различных толщин мишени L : 1 – $L = 1$ мкм, 2 – $L = 5$ мкм, 3 – $L = 6$ мкм. Параметры: $\gamma = 500$, $\Psi_0 = 0$

Fig. 3. Angular densities of PXR for different target thicknesses L : 1 – $L = 1 \mu m$, 2 – $L = 5 \mu m$, 3 – $L = 6 \mu m$. Parameters: $\gamma = 500$, $\Psi_0 = 0$

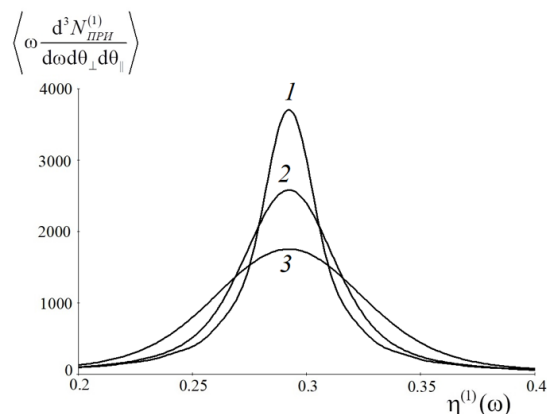


Рис. 4. Спектрально-угловые плотности ПРИ для различной угловой расходимости электронного пучка Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ мрад, 2 – $\Psi_0 = 0.1$ мрад, 3 – $\Psi_0 = 0.5$ мрад. Параметры: $\gamma = 500$, $L = 15$ мкм

Fig. 4. Spectral-angular densities of PXR for different angular divergences of the electron beam Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ mrad, 2 – $\Psi_0 = 0.1$ mrad, 3 – $\Psi_0 = 0.5$ mrad. Parameters: $\gamma = 500$, $L = 15 \mu m$

Рассмотрим влияние расходимости электронного пучка Ψ_0 на спектрально-угловую плотность ПРИ в трехслойной структуре. На рис. 4 представлены кривые, построенные по формуле (16), описывающие угловые плотности ПРИ для различной угловой расходимости электронного пучка Ψ_0 . Из рисунка следует, что при увеличении Ψ_0 амплитуда спектра ПРИ уменьшается, а ширина спектра возрастает. Расчеты по формуле (17) показывают, что угловая плотность ПРИ при рассматриваемых на рис. 4 параметрах

практически не зависит от Ψ_0 . Расчеты в статье не приведены. Это связано с тем, что угол максимума угловой плотности ПРИ ($\theta_{\perp} = 7.5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$) значительно превышает угловую расходимость пучка релятивистских электронов $\Psi_0 = 0.5$ мрад.

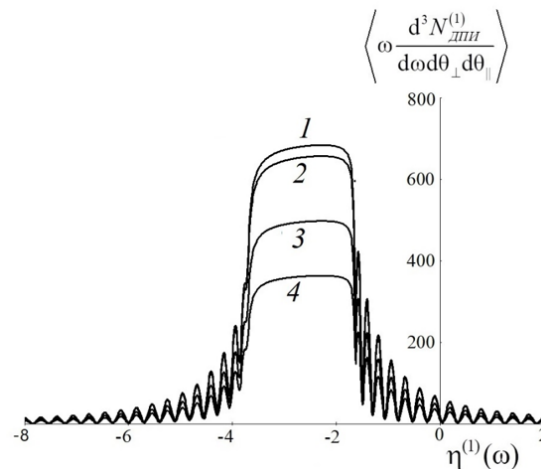


Рис. 5. Спектрально-угловые плотности ДПИ для различной расходимости Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ мрад, 2 – $\Psi_0 = 0.1$ мрад, 3 – $\Psi_0 = 0.3$ мрад, 4 – $\Psi_0 = 0.5$ мрад. Параметры: $\gamma = 2000$, $L = 1$ мкм, $\theta_{\perp} = 0.5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$

Fig. 5. Spectral-angular densities of DTR for different divergences Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ mrad, 2 – $\Psi_0 = 0.1$ mrad, 3 – $\Psi_0 = 0.3$ mrad, 4 – $\Psi_0 = 0.5$ mrad. Parameters: $\gamma = 2000$, $L = 1 \mu m$, $\theta_{\perp} = 0.5$ mrad, $\theta_{\parallel} = 0$

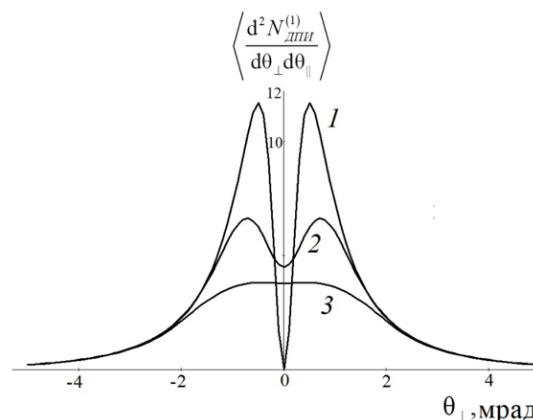


Рис. 6. Угловые плотности ДПИ для различной расходимости Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ мрад, 2 – $\Psi_0 = 0.5$ мрад, 3 – $\Psi_0 = 1$ мрад. Параметры: $\gamma = 2000$, $L = 1$ мкм

Fig. 6. Angular densities of DTR for different divergences Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ mrad, 2 – $\Psi_0 = 0.5$ mrad, 3 – $\Psi_0 = 1$ mrad. Parameters: $\gamma = 2000$, $L = 1 \mu m$

Рассмотрим влияние угловой расходимости электронного пучка на спектрально-угловую плотность ДПИ релятивистского электрона с Лоренц-фактором $\gamma = 2000$ при фиксированном угле наблюдения $\theta_{\perp} = 0.5$ мрад, $\theta_{\parallel} = 0$, соответствующему максимуму угловой плотности ДПИ ($\theta_{\perp} = \gamma^{-1}$). Толщину мишени возьмём $L = 1$ мкм, так как ДПИ формируется на еще более малой длине. На рис. 5 представлены кривые, построенные по формуле (4). Из рисунка следует, что при увеличении угловой расходимости электронного пучка до $\Psi_0 = 0.5$ мрад, амплитуда спектра ДПИ уменьшается в 2 раза. Это связано с тем, что угол максимума ДПИ при рассматриваемой энергии релятивистского электрона $\theta_{\perp} = 0.5$ мрад равен угловой расходимости электронного пучка Ψ_0 . Рассмотрим влияние угловой расходимости электронного пучка Ψ_0 на угловую плотность ДПИ. На рис. 6 представлены кривые, построенные по формуле (19), описывающие угловые плотности для различных Ψ_0 при Лоренц-факторе электронов $\gamma = 2000$. Из рисунка следует, что при такой энергии релятивистских электронов расходимость будет оказывать влияние на угловую плотность при $\Psi_0 = 0.5$ мрад. На рис. 7 представлены кривые, аналогичные кривым на рис. 6, но при большем Лоренц-факторе $\gamma = 10000$. Видно, что в этом случае угловая плотность ДПИ чувствительна к более малой расходимости Ψ_0 электронного пучка. Это связано с тем, что при увеличении γ , угловая плотность ДПИ смещается в сторону малых углов наблюдения.

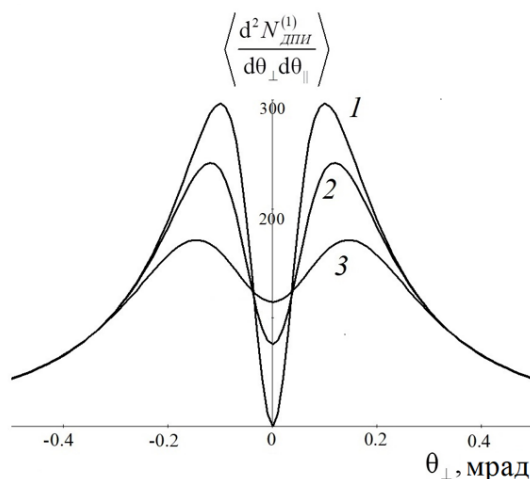


Рис. 7. Угловые плотности ДПИ для различной расхожимости Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ мрад, 2 – $\Psi_0 = 0.05$ мрад, 3 – $\Psi_0 = 1$ мрад. Параметры: $\gamma = 10000$, $L = 1$ мкм

Fig. 7. Angular densities of DTR for different divergences Ψ_0 : 1 – $\Psi_0 = 0$ mrad, 2 – $\Psi_0 = 0.05$ mrad, 3 – $\Psi_0 = 1$ mrad. Parameters: $\gamma = 10000$, $L = 1 \mu m$

5. Заключение. Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую мишень, содержащую три различных аморфных слоя на периоде, с учетом угловой расхожимости электронного пучка. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции рентгеновских волн в периодической слоистой среде получены выражения, описывающие спектрально-угловые и угловые плотности ПРИ, ДПИ и их интерференции. Выражения получены с учетом расхожимости электронного пучка, учитывают фотопоглощение рентгеновского излучения материалом мишени и асимметрию дифракции рентгеновского излучения на слоистой структуре материала, которая определяется параметром ε . Выражения получены в явном виде и могут быть использованы для анализа свойств спектрально-угловых характеристик ПРИ, ДПИ и их интерференции при различных параметрах мишени и электронного пучка. Проведены численные расчеты, которые показали, что при определенных условиях амплитуда и ширина спектра ПРИ резко зависят от расхожимости электронного пучка. Однако угловая плотность ПРИ слабо зависит от характерных значений угловой расхожимости электронного пучка, так как максимум угловой плотности ПРИ существенно превышает ее величину. Угловая плотность ДПИ при Лоренц-факторе $\gamma = 2000$ и выше в рассматриваемых условиях значительно зависит от характерной угловой расхожимости электронного пучка.

Список литературы

1. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A. and Gary C.K. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):036504.
2. Garibian G.M. and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Sov. Phys. JETP*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Sov. Phys. JETP*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x-rays. *Physical Review A*. 1989; 40(8):4322.
5. Nasonov N.N. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Phys. Lett. A*. 1998;246:148.
6. Kaplin V.V. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror *Appl. Phys. Lett.* 76. 2000;24:3647-3649.
7. Blazhevich S.V., Kolosova I.V. and Noskov A.V. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *J. Exp. Theor. Phys.* 2012;114:547-554.
8. Blazhevich S.V., Noskov A.V. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2013;309:70-75.
9. Potylitsyn A. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Springer. 2011.216 p.
10. Uglov S.R., Kaplin V.V., Kubankin A.S. et.al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics:Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev M.V., Uglov S.R., Vukolov A.V. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.

12. Huang S., Duan R., Pramanik N., Herrin J.S., Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224-230.
13. Huang S., Duan R., Pramanik N., Boothroyd C., Liu Z., Wong L.J. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.
14. Shi X., Kurman Y., Shentcis M., Wong L.J., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light Sci Appl*. 2023;12(1):148.
15. Blazhevich S.V., Noskov A.V. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron Beam in a Periodic Layered Medium in the Bragg Scattering Geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2017;125(2):223–234.
16. Blazhevich S.V., Drygina Yu.A., Shevchuk O.Yu., Noskov A.V. Coherent X-Ray Radiation Generated Near the Axis of the Beam of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2020;14(3):586-595.
17. Носков А.В., Бондаренко В.А., Блажевич С.В., Юрьева А.А., Федосеев А.Э. О влиянии многократного рассеяния на переходное излучение в монокристалле. *Прикладная математика & Физика*. 2023;55(2):183–192.
18. Носков А.В., Киперша В.К., Блажевич С.В., Плесканев А.А., Ильинский Р.Ю., Волошкина Е.В. Спектрально-угловые плотности переходного излучения и дифрагированного переходного излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде. *Прикладная математика & Физика*. 2024;56(1):66-74.
19. Noskov A.V., Blazhevich S.V. Coherent X-ray radiation excited by a relativistic electron in a periodic layered medium. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(7):P07007.
20. Noskov A.V., Blazhevich S.V. Effects of dynamic diffraction in coherent X-ray radiation from a beam of relativistic electrons in a periodic layered medium with three layers in a period. *Physics Letters A*. 2024;525:129835.
21. Носков А.В., Блажевич С.В., Чуева А.И., Мачукаев Д.Д., Киперша В.К. Влияние асимметрической дифракции на спектрально-угловую плотность КРИ релятивистского электрона в трехслойной структуре. *Прикладная математика & Физика*. 2025;57(1):59-67.

References

1. Nasonov NN., Kaplin VV., Uglov SR., Piestrup MA. and Gary CK. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):036504.
2. Garibian GM. and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Sov. Phys. JETP*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky VG., Feranchuk ID. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Sov. Phys. JETP*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x-rays. *Physical Review A*. 1989; 40(8):4322.
5. Nasonov NN. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Phys. Lett. A*. 1998;246:148.
6. Kaplin VV. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror *Appl. Phys. Lett.* 76. 2000;24:3647-3649.
7. Blazhevich SV., Kolosova IV. and Noskov AV. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *J. Exp. Theor. Phys*. 2012;114:547-554.
8. Blazhevich SV., Noskov AV. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2013;309:70-75.
9. Potylitsyn A. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Springer. 2011.216 p.
10. Uglov SR., Kaplin VV., Kubankin AS. et.al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev MV., Uglov SR., Vukolov AV. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.
12. Huang S., Duan R., Pramanik N., Herrin J.S., Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224-230.
13. Huang S., Duan R., Pramanik N., Boothroyd C., Liu Z., Wong L.J. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.
14. Shi X., Kurman Y., Shentcis M., Wong L.J., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light Sci Appl*. 2023;12(1):148.
15. Blazhevich SV., Noskov AV. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron Beam in a Periodic Layered Medium in the Bragg Scattering Geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2017;125(2):223–234.
16. Blazhevich SV., Drygina Yu.A., Shevchuk O.Yu., Noskov AV. Coherent X-Ray Radiation Generated Near the Axis of the Beam of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2020;14(3):586-595.
17. Noskov AV., Bondarenko VA., Blazhevich SV., Yuryeva AA., Fedoseev AE. On the influence of multiple scattering on transition radiation in a single crystal. *Applied Mathematics & Physics*. 2023;55(2):183–192 (In Russ.).

18. Noskov AV., Kipersha VK., Blazhevich SV., Pleskaneev AA., Ilyinsky RYu., Voloshkina EV. Spectral-angular densities of transition radiation and diffracted transition radiation of relativistic electrons in a periodic layered medium. *Applied Mathematics & Physics*. 2024;56(1):66-74 (In Russ.).
19. Noskov AV., Blazhevich SV. Coherent X-ray radiation excited by a relativistic electron in a periodic layered medium. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(7):P07007 (In Russ.).
20. Noskov A.V., Blazhevich S.V. Effects of dynamic diffraction in coherent X-ray radiation from a beam of relativistic electrons in a periodic layered medium with three layers in a period. *Physics Letters A*. 2024;525:129835.
21. Noskov A.V., Blazhevich S.V., Chueva A.I., Machukaev D.D., Kipersha V.K. The influence of asymmetric diffraction on the spectral-angular density of the CRI of a relativistic electron in a three-layer structure. *Applied Mathematics & Physics*. 2025;57(1):59-67 (In Russ.).

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 08.09.2025

Поступила после рецензирования 06.11.2025

Принята к публикации 20.11.2025

Received September 8, 2025

Revised November 6, 2025

Accepted November 20, 2025

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Носков Антон Валерьевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики, Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия

Мачукаев Дени Даудович – аспирант кафедры теоретической и прикладной химии, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

Киперша Владислав Константинович – аспирант кафедры теоретической и прикладной химии, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

Пугина Полина Дмитриевна – студентка факультета «Сети и системы связи», Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия

Пирматова Мария Дмитриевна – студентка факультета «Информационные технологии», Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Anton V. Noskov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Physics, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Deni D. Machukaev – Graduate Student of the Department of Theoretical and Applied Chemistry, Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov, Belgorod, Russia

Vladislav K. Kipersha – Graduate Student of the Department of Theoretical and Applied Chemistry, Belgorod State Technological University named after V. G. Shukhov, Belgorod, Russia

Polina D. Pugina – Student of the Faculty of Networks and Communication Systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Maria D. Pirmatova – Student of the Faculty of Networks and Communication Systems, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

[К содержанию](#)