

Эффекты динамической дифракции в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в трехслойной периодической структуре

Чуева А. И. 

(Статья представлена членом редакционной коллегии Носковым А. В.)
Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85
chueva_ai@bsuedu.ru

Аннотация. Работа посвящена исследованию эффектов динамической дифракции в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя различными слоями в периоде. Когерентное рентгеновское излучение рассматривается как сумма параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые и угловые плотности параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения в трехслойной структуре. Показана яркая возможность проявления эффекта аномального низкого фотопоглощения в параметрическом рентгеновском излучении, аналогичного хорошо известному эффекту Бормана в монокристалле. Показано влияние асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени на угловые плотности излучений.

Ключевые слова: периодическая слоистая структура, динамическая дифракция, когерентное рентгеновское излучение

Для цитирования: Чуева А.И. Эффекты динамической дифракции в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в трехслойной периодической структуре. *Прикладная математика & Физика*. 2026;58(1):96–108. DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-1-96-108 EDN VAZBPA

Short Communication

Effects of Dynamic Diffraction in Coherent X-ray Radiation of Relativistic Electrons in a Three-layer Periodic Structure

Anastasia I. Chueva 

(Article submitted by a member of the editorial board Noskov A. V.)
Belgorod National Research University,
85 Pobedy St., Belgorod 308015, Russia
chueva_ai@bsuedu.ru

Abstract. This work investigates the effects of dynamic diffraction in coherent X-ray radiation of relativistic electrons in a periodic layered medium with three distinct layers per period. Coherent X-ray radiation is considered as the sum of parametric X-ray radiation and diffracted transition radiation. Expressions are derived describing the spectral-angular and angular densities of parametric X-ray radiation and diffracted transition radiation in a three-layer structure. A distinct possibility of anomalous low photoabsorption in parametric X-ray radiation, analogous to the well-known Bormann effect in a single crystal, is demonstrated. The influence of the asymmetry of the electron field reflection relative to the target surface on the angular densities of the radiation is demonstrated.

Keywords: Periodic Layered Structure, Dynamic Diffraction, Coherent X-ray Radiation

For citation: Chueva AI. Effects of Dynamic Diffraction in Coherent X-ray Radiation of Relativistic Electrons in a Three-layer Periodic Structure. *Applied Mathematics & Physics*. 2026;58(1):96–108. (In Russ.).
DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-1-96-108 EDN VAZBPA

1. Введение. Когерентное рентгеновское излучение (КРИ) релятивистского электрона, пересекающего мишень из периодической слоистой среды, в рамках динамической теории дифракции рентгеновских волн впервые рассматривалось в работе [1]. В этой работе полагалось, что в КРИ входят параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) и дифрагированное переходное излучение (ДПИ). ПРИ возникает в результате дифракции псевдофотонов кулоновского поля релятивистского электрона на слоях периодической среды аналогично ПРИ в монокристалле на атомных плоскостях [2, 3], а ДПИ возникает вследствие дифракции на слоях мишени переходного излучения, генерируемого вблизи передней поверхности мишени, так же как генерируется ДПИ в монокристалле [4, 5]. Следует отметить, что формулы динамической теории [1] хорошо описывают данные эксперимента по излучению релятивистских электронов в периодической слоистой среде [6]. КРИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде

для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени в геометрии рассеяния Лауэ впервые рассматривался в работе [7], а в геометрии рассеяния Брэгга в работе [8].

Примечательно, что слоистые структуры представляют большой интерес для генерации излучения в мягком рентгеновском диапазоне (100–2000 эВ), текущие исследования активно изучают эту область [9]–[11]. Стоит отметить недавние исследования по генерации мягкого рентгеновского излучения электронами низких энергий порядка десятков и сотен кэВ из структур Ван-дер-Ваальса [12]–[14].

Во всех цитируемых выше работах излучение релятивистских электронов рассматривалось в периодической слоистой среде с двумя различными слоями на периоде. Когерентное рентгеновское излучение релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую среду с тремя слоями в периоде в геометрии рассеяния Брэгга впервые рассматривалось в работе [15, 16]. В работе [17] исследовалась возможность проявления эффекта асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени на спектрально-угловые характеристики когерентного рентгеновского излучения. Влияние угловой расходимости электронного пучка на ПРИ релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде в геометрии рассеяния Брэгга рассматривалось в работе [18].

В настоящей работе рассматривается когерентное рентгеновское излучение релятивистских электронов, пересекающих периодическую слоистую среду с тремя слоями в периоде. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ релятивистского электрона, пересекающего периодическую слоистую мишень конечной толщины в геометрии рассеяния Брэгга. Исследовано влияние эффектов динамической дифракции на спектрально-угловые и угловые плотности параметрического рентгеновского излучения и дифрагированного переходного излучения.

2. Спектрально-угловая плотность излучения. Рассмотрим излучение релятивистских электронов, пересекающих в геометрии рассеяния Брэгга периодическую слоистую структуру, состоящую из трех различных чередующихся слоев с толщинами a , b и c на периоде $T = a + b + c$ (рис. 1).

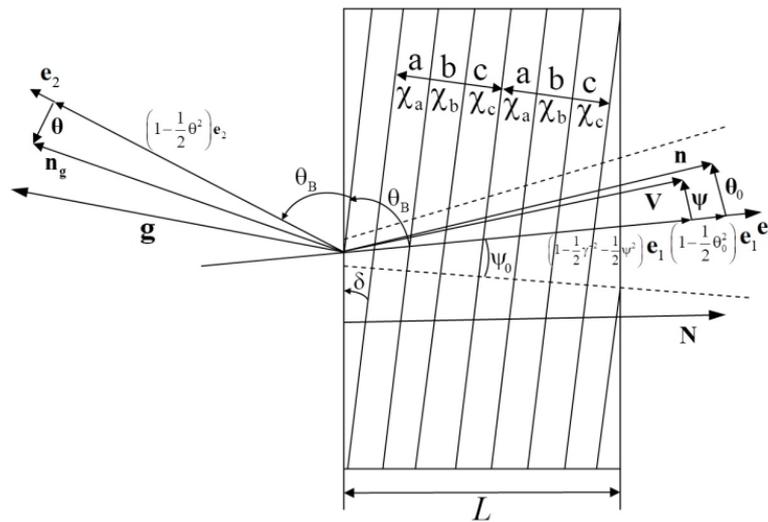


Рис. 1. Геометрия процесса рассеяния рентгеновского излучения в периодической слоистой среде

Fig. 1. Geometry of the X-ray scattering process in a periodic layered medium

Обозначим диэлектрические восприимчивости атомных веществ, из которых состоят слои, соответственно χ_a , χ_b и χ_c . Отражающие слои периодической слоистой структуры расположены под некоторым углом δ к поверхности мишени (рис. 1), что соответствует случаю асимметричного отражения поля излучения ($\delta = 0$ – частный случай симметричного отражения).

Введем угловые переменные ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями скорости релятивистского электрона \mathbf{V} и единичных векторов: \mathbf{n} – в направлении импульса фотона, излученного вблизи направления вектора скорости электрона, и \mathbf{n}_g – в направлении рассеяния Брэгга:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \psi, & \mathbf{e}_1\psi &= 0, \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, & \mathbf{e}_1\theta_0 &= 0, & \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta, & \mathbf{e}_2\theta &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где θ – угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , ψ – угол отклонения рассматриваемого электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 – угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1 - V^2}$ – Лоренц-фактор электрона. Угловые переменные рассматриваются в виде суммы составляющих параллельных и перпендикулярных плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\psi = \psi_{\parallel} + \psi_{0\perp}$. Вектор \mathbf{g} (рис. 1) аналогичен вектору обратной решетки в кристалле – он перпендикулярен слоям мишени и его длина равна $g = \frac{2\pi}{T}n$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Запишем уравнение для Фурье-образа напряженности электрического поля $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$, которое следует из системы уравнений Максвелла

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g}} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} = 4\pi\omega \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}. \quad (2)$$

Фурье-образ напряженности электрического поля и плотности тока излучающего электрона имеют следующий вид:

$$\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = \int dt d^3r \mathbf{E}_{\mathbf{r}, t} \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}} = 2\pi eV \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}).$$

Если $\chi_0(\omega)$ – средняя диэлектрическая восприимчивость периодической слоистой среды, χ_g и χ_{-g} – коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости по векторам \mathbf{g} :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(-i\mathbf{g}\mathbf{r}),$$

где $\chi_{\mathbf{g}} = \chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)$. Средняя диэлектрическая восприимчивость χ_0 и $\chi_{\mathbf{g}}$ в рассматриваемой периодической структуре имеет вид:

$$\chi_0(\omega) = \frac{a}{T}\chi_a + \frac{b}{T}\chi_b + \frac{c}{T}\chi_c, \\ \chi_{\mathbf{g}} = \frac{1}{igN} (\chi_c - chi_a + (chi_a - chi_b)e^{iga} + (chi_b - chi_c)e^{-igc}). \quad (3)$$

Излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле в рентгеновском диапазоне частот является практически поперечным, значит Фурье-образы напряженностей электрического поля падающего излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$ и дифрагированного излучения $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}$ в периодической слоистой среде представим в виде:

$$\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} \mathbf{e}^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \mathbf{e}^{(2)}, \\ \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} = E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(1)} \mathbf{e}_g^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(2)} \mathbf{e}_g^{(2)}, \quad (4)$$

где векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_g^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}^{(2)}$, $\mathbf{e}_g^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация). Векторы поляризации имеют вид:

$$\mathbf{e}^{(1)} = \mathbf{e}_g^{(1)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{g}]}{|\mathbf{k}, \mathbf{g}|}, \quad \mathbf{e}^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}, \mathbf{e}^{(1)}]}{k}, \quad \mathbf{e}_g^{(2)} = \frac{[\mathbf{k}_g, \mathbf{e}^{(1)}]}{k_g}.$$

Подставим выражения (4) в уравнение (2), получим в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции систему уравнений, которая связывает падающее и дифрагированное электромагнитные поля

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} C^{(s, \tau)} = 8\pi^2 i\omega e \Omega^{(s)} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ ((\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} C^{(s, \tau)} = 0. \quad (5)$$

В (5) введены следующие обозначения:

$$C^{(s, \tau)} = \mathbf{e}_g^{(s)} \mathbf{e}^{(s)} = (-1)^{\tau} C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|,$$

$$\Omega^{(1)} = \mathbf{e}^{(1)} \mathbf{V} = \theta_{\perp} - \phi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \mathbf{e}^{(2)} \mathbf{V} = \theta_{\parallel} + \phi_{\parallel}.$$

Сначала решаем систему уравнений (5) для падающего и дифрагированного полей в периодической слоистой среде. Затем, используя обычные граничные условия, найдем амплитуду Фурье-образа напряженности электрического поля когерентного рентгеновского излучения $E_{\text{Rad}}^{(s)}$. Используя выражение,

описывающее спектрально-угловую плотность распределения фотонов когерентного рентгеновского излучения:

$$\omega \frac{d^2 N^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \left| E_{\text{Rad}}^{(s)} \right|^2, \quad (6)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ и их интерференцию:

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi'_0)^2} R_{\text{ПРИ}}^{(s)}, \quad (7)$$

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\Delta_+^{(s)}}}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta_-^{(s)}} \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\Delta_-^{(s)}}}{\Delta_-^{(s)}} \right|^2 \quad (8)$$

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (9)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \varepsilon^2 \left| \frac{e^{-iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - e^{iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}}{\Delta^{(s)}} \right|^2, \quad (10)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{ИНТ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Gamma - \chi'_0} \left(\frac{1}{\Gamma - \chi'_0} - \frac{1}{\Gamma} \right) R_{\text{ИНТ}}^{(s)}, \quad (11)$$

$$R_{\text{ИНТ}}^{(s)} = 2\varepsilon \text{Re} \left(\left(\frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \cdot \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\Delta_+^{(s)}}}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta_-^{(s)}} \cdot \frac{1 - e^{-iB^{(s)}\Delta_-^{(s)}}}{\Delta_-^{(s)}} \right) \left(\frac{e^{-iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - e^{iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}}{P_-^{(s)} e^{-iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - P_+^{(s)} e^{iB^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}} \right)^* \right), \quad (12)$$

где введены обозначения:

$$\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \quad \Omega_{\pm}^{(s)} = \varepsilon \left((\sigma^{(s)} - i\rho^{(s)}) \cdot e^{-iB^{(s)}\Delta_{\pm}^{(s)}} + \Delta_{\pm}^{(s)} \right),$$

$$\Gamma = \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2, \quad \sigma^{(s)} = \frac{1}{v^{(s)}|\chi'_0|} (\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + |\chi'_0|),$$

$$\Delta_{\pm}^{(s)} = \frac{\xi^{(s)} \pm K^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} + i \frac{\rho^{(s)}(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}, \quad \chi'_0 = \frac{a}{T}\chi'_a + \frac{b}{T}\chi'_b + \frac{c}{T}\chi'_c = \chi'_b \left(\delta'_{ab} I_1 + I_2 + \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} I_3 \right),$$

$$P_{\pm}^{(s)} = \xi^{(s)} \pm K^{(s)} - i\rho^{(s)} \frac{1 + \varepsilon}{2}, \quad B^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta + \theta_B)} \frac{L}{L_{\text{ext}}},$$

$$L_{\text{ext}}^{(s)} = \frac{\pi}{C^{(s)} \omega |\chi'_b| \sqrt{(1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi)}},$$

$$K^{(s)} = \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1 + \varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right)}, \quad \varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)},$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1 + \varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 L_{\text{ext}}^{(s)}}{V^2 T^2 \omega_B} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_B} \left(1 - \theta_{\parallel} \sqrt{\frac{T^2 \omega_B^2}{\pi^2} - 1} \right) \right),$$

$$\delta'_1 = \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_a} - \delta'_{ab}, \quad \delta'_2 = \frac{\delta'_{ab}}{\delta'_{ac}} - 1, \quad \delta'_{ab} = \frac{\chi'_a}{\chi'_b}, \quad \delta'_{ac} = \frac{\chi'_a}{\chi'_c},$$

$$I_1 = \left(1 + \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} + \left(\frac{a}{b} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad I_2 = \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad I_3 = \left(1 + \frac{a}{c} + \frac{a}{c} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \right)^{-1},$$

$$\rho_a = \frac{\chi''_a}{|\text{chi}'_b|}, \quad \rho_b = \frac{\chi''_b}{|\text{chi}'_b|}, \quad \rho_c = \frac{\chi''_c}{|\text{chi}'_b|},$$

$$\rho_1 = (\rho_a - \rho_b)(\rho_a - \rho_c), \quad \rho_2 = (\rho_b - \rho_a)(\rho_b - \rho_c), \quad \rho_3 = (\rho_c - \rho_a)(\rho_c - \rho_b).$$

$$v^{(s)} = \frac{C^{(s)}}{\pi} \sqrt{\left((1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi) \right)} \left| I_2 \left[\frac{a}{b} \delta'_{ab} + 1 + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \frac{\delta'_a b}{\delta'_{ac}} \right] \right|$$

$$\rho^{(s)} = \frac{C^{(s)}}{\pi} \frac{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}{\sqrt{((1 - \delta'_{ab}) \delta'_1 \sin^2(I_1 \pi) + (\delta'_{ab} - 1) \delta'_2 \sin^2(I_2 \pi) + \delta'_1 \delta'_2 \sin^2(I_3 \pi))}}$$

$$\kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)}}{\pi} \frac{\sqrt{(\rho_1 \sin^2(I_1 \pi) + \rho_2 \sin^2(I_2 \pi) + \rho_3 \sin^2(I_3 \pi))}}{I_2 \left| \frac{a}{b} \rho_a + \rho_b + \frac{a}{b} \left(\frac{a}{c} \right)^{-1} \rho_c \right|}. \quad (13)$$

Спектральная функция $R_{\text{ПРИ}}^{(s)}$ (8) описывает спектр ПРИ в виде вкладов двух ветвей возбужденных рентгеновских волн ПРИ и их интерференцию. Вклад первой и второй ветви в спектр ПРИ будет существенен, когда соответственно выполняются приближенные равенства: $\text{Re}(\Delta_+^{(s)}) \approx 0$ и $\text{Re}(\Delta_-^{(s)}) \approx 0$. При слабом поглощении рентгеновских волн ($\rho^{(s)} \ll 1$) получим уравнения:

$$\text{Re}(\Delta_+^{(s)}) \approx \frac{\xi^{(s)}(\omega) + \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0, \quad (14)$$

$$\text{Re}(\Delta_-^{(s)}) \approx \frac{\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0. \quad (15)$$

Решение уравнений (14) и (15) определяет частоту фотона излучения ω^* , в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов ПРИ, излучаемых под фиксированным углом θ относительно оси детектора, оно имеет вид:

$$\xi^{(s)*}(\omega^*) = \sqrt{\varepsilon} + \frac{(\sigma^{(s)} \sqrt{\varepsilon} - 1)^2}{2\sigma^{(s)}}. \quad (16)$$

Заметим, что максимум спектра ПРИ всегда расположен вне области полного отражения (экстинкции) рентгеновских волн в слоистой среде: $\xi^{(s)*}(\omega) > \sqrt{\varepsilon}$. Это область интерференционного поглощения рентгеновских волн, которое происходит даже в отсутствии фотопоглощения. Длина волнового вектора $k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0$ падающих в слоистой среде фотонов при отсутствии фотопоглощения рентгеновского излучения ($\rho^{(s)} = 0$) имеет вид:

$$k^{(1,2)} = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \frac{1}{2\varepsilon L_{\text{ext}}^{(s)}} \left(\xi^{(s)} \mp \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right). \quad (17)$$

Область полного отражения определяется отрицательностью подкоренного выражения в (17), то есть определяется неравенством:

$$-\sqrt{\varepsilon} < \xi^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} \quad \text{или} \quad -\sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}. \quad (18)$$

Из неравенства (18) следует, что ширина области полного внешнего отражения рентгеновского излучения определяется величиной $2\sqrt{\varepsilon}$ и зависит от параметра асимметрии ε , который определяет асимметрию отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Уравнения (14) и (15) разрешимы соответственно при условиях: $\varepsilon > 1/\sigma^{(s)2}$ и $\varepsilon < 1/\sigma^{(s)2}$. При условии $\varepsilon > 1/\sigma^{(s)2}$ вклад в ПРИ будет давать только первая ветвь ПРИ, а при $\varepsilon < 1/\sigma^{(s)2}$ только вторая ветвь. Отметим, что всегда выполняется неравенство $\sigma^{(s)} > 1$. Тогда в случае симметричного отражения, когда параметр асимметрии принимает значение $\varepsilon = 1$ и слои параллельны поверхности мишени, вклад в ПРИ будет давать только первая ветвь. Анализ показал, что при увеличении параметра асимметрии $\varepsilon > 1$ спектрально-угловая плотность ПРИ будет только расти, за счет увеличения ширины спектра ПРИ. При этом спектрально-угловая плотность второй ветви ПРИ при условии $\varepsilon < 1/\sigma^{(s)2}$ пренебрежимо мала по сравнению со спектрально-угловой плотностью первой ветви ПРИ при условии $\varepsilon > 1/\sigma^{(s)2}$. В связи с этим в настоящей работе ограничимся рассмотрением первой ветви ПРИ.

Для рассматриваемых рентгеновских волн коэффициент поглощения в периодической слоистой среде намного меньше единицы $\rho^{(s)} \ll 1$. Вычисляя спектральную функцию (8), оставив только первое слагаемое, получим выражение:

$$R_{\text{ПРИ}}^{(s)} = \frac{G^{(s)}}{F^{(s)} \cdot D^{(s)}} \left(\left(1 - e^{-\frac{F_2 + \rho}{\varepsilon} B^{(s)}} \right)^2 + 4e^{-\frac{F_2 + \rho}{\varepsilon} B^{(s)}} \cdot \sin \left(\frac{D_0^{(s)}}{2} B^{(s)} \right)^2 \right). \quad (19)$$

В выражении (19) введены обозначения:

$$G^{(s)} = \varepsilon^2 \left((\sigma^{(s)2} + \rho^{(s)2}) e^{2\frac{F_1 - \rho^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}} + D^{(s)} + 2 \left(\left(\sigma^{(s)} D_0^{(s)} + \rho^{(s)} \frac{F_2^{(s)} + \rho^{(s)}}{\varepsilon} \right) \right) \right) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \cos\left(\frac{\sum_2^{(s)} - \varepsilon\sigma^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}\right) - \left(\rho^{(s)} D_0^{(s)} - \sigma^{(s)} \left(\frac{F_2^{(s)} + \rho^{(s)}}{\varepsilon}\right)\right) \sin\left(\frac{\sum_2^{(s)} - \varepsilon\sigma^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}\right) e^{\frac{F_1^{(s)} - \rho^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}}, \\ F^{(s)} &= \left[\sum_2^{(s)2} + F_2^2\right] e^{-2\frac{F_2 + \rho}{\varepsilon} B^{(s)}} + \left[\sum_1^{(s)2} + F_1^2\right] e^{2\frac{F_1 - \rho}{\varepsilon} B^{(s)}} - 2e^{\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \rho^{(s)} B^{(s)}} \times \\ & \times \left(\left[\sum_1^{(s)} \sum_2^{(s)} - F_1^{(s)} F_2^{(s)}\right] \cos\left(\frac{2B^{(s)} (\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)})}{\varepsilon}\right) + \right. \\ & \left. + \left[F_1^{(s)} \sum_2^{(s)} + F_2^{(s)} \sum_1^{(s)}\right] \sin\left(\frac{2B^{(s)} (\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)})}{\varepsilon}\right)\right), \\ D^{(s)} &= D_0^{(s)2} + \left(\frac{F_2 + \rho}{\varepsilon}\right)^2, \quad D_0^{(s)} = \frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} - \varepsilon\sigma^{(s)} + F_\rho}{\varepsilon}, \\ F_{1,2}^{(s)} &= \frac{\rho^{(s)}}{2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)(\xi^{(s)} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} - 2\kappa^{(s)} \varepsilon)}{\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}\right), \quad F_\rho^{(s)} = \frac{\rho^{(s)2}}{2\sqrt{|\xi^{(s)2} - \varepsilon|}} \left(\frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2} \varepsilon\right), \\ \sum_1^{(s)} &= \xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)}, \quad \sum_2^{(s)} = \xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} - F_\rho^{(s)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Вычислим также спектральную функцию ДПИ (10) для случаев, когда спектральная переменная принимает значения из промежутков $\xi^{(s)}(\omega)^2 > \varepsilon$ и $\xi^{(s)}(\omega)^2 < \varepsilon$. Выражения для спектра дифрагированного переходного излучения в периодической слоистой среде принимают вид:

$$R_{\text{ДПИ}}^{\xi^2 > \varepsilon} = \varepsilon^2 \cdot \frac{e^{-2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}} + e^{2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}} - 2 \cdot \cos\left(\frac{2}{\varepsilon} (\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)}) B^{(s)}\right)}{M_1^{(s)}}, \quad (21)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{\xi^2 < \varepsilon} = \varepsilon^2 \cdot \frac{e^{2\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} + F_\rho^{(s)}}}{\varepsilon} B^{(s)}} + e^{-2\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} + F_\rho^{(s)}}}{\varepsilon} B^{(s)}} - 2 \cdot \cos\left(\frac{2N^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}\right)}{M_2^{(s)}}. \quad (22)$$

В выражениях (21) и (22) введены обозначения:

$$\begin{aligned} M_1^{(s)} &= \left[\sum_2^{(s)2} + F_2^2\right] e^{-2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}} + \left[\sum_1^{(s)2} + F_1^2\right] e^{2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon} B^{(s)}} - \\ & - 2\left[\sum_1^{(s)} \sum_2^{(s)} + F_1^{(s)} F_2^{(s)}\right] \cos\left(\frac{2B^{(s)} (\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)})}{\varepsilon}\right) - \\ & - 2\left[2N^{(s)} \xi^{(s)} - \rho^{(s)} (1 + \varepsilon) \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}\right] \sin\left(\frac{2B^{(s)} (\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_\rho^{(s)})}{\varepsilon}\right) \\ M_2^{(s)} &= \left[(\xi^{(s)} + N^{(s)})^2 + N_1^{(s)2}\right] e^{2B^{(s)} \frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}}}{\varepsilon}} + \left[(\xi^{(s)} - N^{(s)})^2 + N_2^{(s)2}\right] e^{-2B^{(s)} \frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}}}{\varepsilon}} - \\ & - 2\left[\xi^{(s)2} - N^{(s)2} - N_1^{(s)} N_2^{(s)}\right] \cos\left(2B^{(s)} \frac{N^{(s)}}{\varepsilon}\right) + + 2\left[2\xi^{(s)} \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}} - \rho^{(s)} (1 + \varepsilon) N^{(s)}\right] \sin\left(2B^{(s)} \frac{N^{(s)}}{\varepsilon}\right), \\ N^{(s)} &= \frac{\rho^{(s)}}{2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)} \varepsilon}{\sqrt{|\xi^{(s)2} - \varepsilon|}}\right), \quad N_1^{(s)} = \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}} + \rho^{(s)} \frac{\varepsilon + 1}{2}, \quad N_2^{(s)} = \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}} - \rho^{(s)} \frac{\varepsilon + 1}{2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Необходимо сказать, что в случае $\xi^{(s)}(\omega)^2 \approx \varepsilon$ необходимо пользоваться комплексной формулой (10). Так как пик спектра ПРИ находится в области $\xi^{(s)}(\omega) > \sqrt{\varepsilon}$, а ширина пика ДПИ определяется интервалом $-\sqrt{\varepsilon} < \xi^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon}$, то интерференция между ПРИ и ДПИ будет пренебрежимо мала. В случае необходимости ее оценки вклада в суммарную спектрально-угловую КРИ можно воспользоваться формулой (11).

Следует также отметить, что полученные действительные выражения для спектральных функций (19), (21) и (22) являются главным результатом настоящей работы. Они позволяют во много раз быстрее проводить вычисления, чем комплексные выражения для спектров (7) и (9). Необходимо отметить, что

выражения получены с учетом фотопоглощения рентгеновского излучения средой, а также с учетом асимметрии отражения поля электрона относительно поверхности мишени.

Проведем интегрирование выражений (7) и (9) по частоте ω , используя отношение: $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{v^{(s)}|\chi'_0|}{2\sin^2\theta}d\eta^{(s)}$, следующее из $\eta^{(s)}(\omega)$. Получим выражения, описывающие угловые плотности ПРИ и ДПИ:

$$\frac{d^2N_{\text{ПРИ}}^{(s)}}{d\theta_{\perp}d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2v^{(s)}|\chi'_0|}{2\pi^2\sin^2\theta} \frac{\Omega^{(s)2}}{(\Gamma - \chi'_0)^2} \int_{\sqrt{\epsilon - \frac{1+\epsilon}{2v^{(s)}}}}^{\infty} R_{\text{ПРИ}}^{(s)} d\eta^{(s)}, \quad (24)$$

$$\frac{d^2N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\theta_{\perp}d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2v^{(s)}|\chi'_0|}{2\pi^2\sin^2\theta} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Gamma} - \frac{1}{\Gamma - \chi'_0} \right) \int_{\infty}^{\infty} R_{\text{ДПИ}}^{(s)} d\eta^{(s)}, \quad (25)$$

$$\Gamma = \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2.$$

3. Численные расчеты. Далее на основе полученных выражений проведем численные расчеты и исследуем спектрально-угловые и угловые плотности ПРИ и ДПИ. Положим угол между осью пучка релятивистских электронов и отражающими слоями (угол Брэгга) $\theta_B = 2.25^\circ$, при этом частота Брэгга $\omega_B = 8\text{кэВ}$. Период слоистой среды положим равным $T = a + b + c = 0.002\text{ мкм}$. Действительную часть диэлектрической восприимчивости положим при рассматриваемой частоте излучения как у углерода: $\chi'_b = -2.25 \cdot 10^{-5}$. Вычисления проведем для значения параметра $s = 1$ (σ -поляризация).

На рис. 2 представлена геометрия когерентного рентгеновского излучения при асимметричной дифракции.

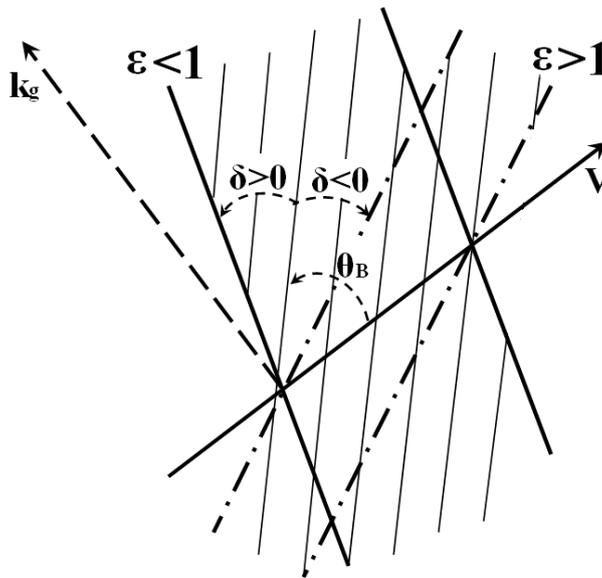


Рис. 2. Асимметричные ($\epsilon > 1$, $\epsilon < 1$) отражения излучения от слоистой структуры в геометрии рассеяния Брэгга.

Случай $\epsilon = 1$ ($\sigma = 0$) соответствует симметричному отражению.

$$\text{Параметр асимметрии: } \epsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}$$

Fig. 2. Asymmetric ($\epsilon > 1$, $\epsilon < 1$) reflections of radiation from a layered structure in Bragg scattering geometry.

The case $\epsilon = 1$ ($\sigma = 0$) corresponds to symmetric reflection.

$$\text{Asymmetry parameter: } \epsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}$$

Из рисунка следует, что при фиксированном пути электрона в мишени, при увеличении параметра асимметрии ϵ длина пути излученных фотонов уменьшается. В случае уменьшения параметра асимметрии ϵ длина пути излученного фотона растет, и в случае поглощающей среды интенсивность излучения будет падать.

На рис. 3 представлены кривые, построенные по формулам (7) и (19) описывающие спектрально-угловую плотность ПРИ при фиксированном угле наблюдения. Отметим, что на следующих рисунках параметры такие же, как на рис. 3, если нет указания к другим значениям параметров на рисунках. Кривые построены для различной асимметрии отражения, которая определяется параметром ϵ . Из рисунка следует существенное увеличение спектрально-угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии, что приводит к значительному росту угловой плотности ПРИ.

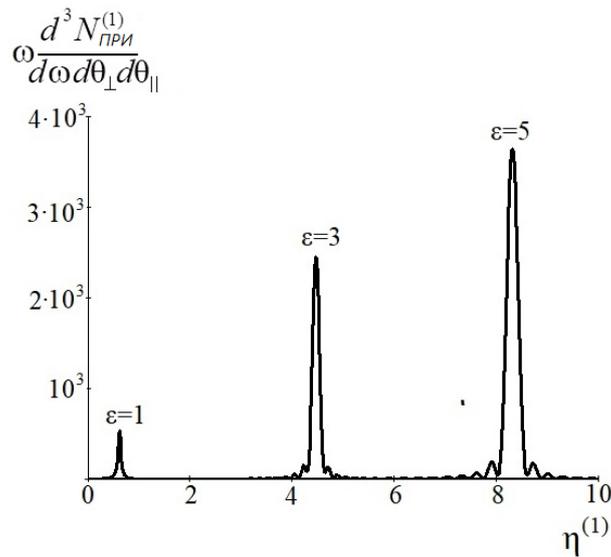


Рис. 3. Спектрально-угловые плотности ПРИ при различных значениях параметра асимметрии ϵ .

Параметры: $\delta'_{ab} = 3, \delta'_{ac} = 0.5, \frac{a}{b} = 1, \frac{a}{c} = 1,$
 $\rho_a = 0.1, \rho_b = 0.05, \rho_c = 0.08, \rho^{(1)} = 0.064, \gamma = 500, B^{(1)} = 55, \theta_{\perp} = 10\text{mrad}, \theta_{\parallel} = 0$
 Fig. 3. Spectral-angular densities of PXR for different values of the asymmetry parameter ϵ .
 Parameters: $\delta'_{ab} = 3, \delta'_{ac} = 0.5, \frac{a}{b} = 1, \frac{a}{c} = 1,$
 $\rho_a = 0.1, \rho_b = 0.05, \rho_c = 0.08, \rho^{(1)} = 0.064, \gamma = 500, B^{(1)} = 55, \theta_{\perp} = 10\text{mrad}, \theta_{\parallel} = 0$

Кривые, построенные по формуле (24), описывающие угловую плотность ПРИ при различных асимметриях отражения, представлены на рис. 4.

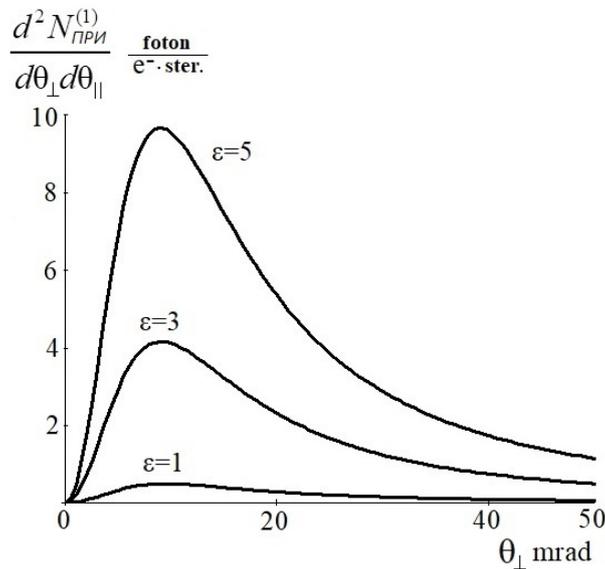


Рис. 4. Угловые плотности ПРИ для различных асимметрий отражения
 Fig. 4. Angular densities of PXR for different reflection asymmetries

Значительный рост спектрально-угловой и угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии ϵ возникает по двум причинам. Первой причиной является то, что при увеличении параметра асимметрии ϵ уменьшается длина пути и как следствие фотопоглощения рентгеновского излучения. Если положить, что фотопоглощения нет, то есть параметр поглощения равен нулю $\rho^{(1)} = 0$, то амплитуда спектра будет одинаковой при разных асимметриях, что демонстрируют кривые, представленные на рис. 5.

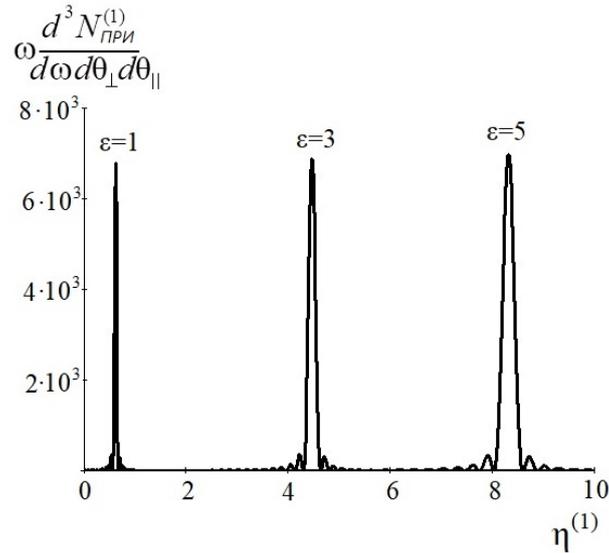


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но при отсутствии фотопоглощения рентгеновского излучения: $\rho^{(1)} = 0$
 Fig. 5. Same as in Fig. 3, but in the absence of photoabsorption of X-ray radiation: $\rho^{(1)} = 0$

При этом ширина пиков спектра ПРИ остаётся разной. Таким образом, ширина спектра ПРИ увеличивается при увеличении параметра ϵ . Это связано с тем, что резонансное условие (14):

$$\frac{\xi^{(s)}(\omega) + \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \epsilon}}{\epsilon} - \sigma^{(s)} = 0,$$

зависит от параметра асимметрии ϵ . При увеличении параметра ϵ резонансное условие меняется медленнее с изменением частоты излучения ω , поэтому ширина спектра ПРИ растёт.

На рис. 6 представлены кривые, построенные по формулам (9), (21), (22), описывающие спектрально-угловую плотность ДПИ при фиксированном угле наблюдения.

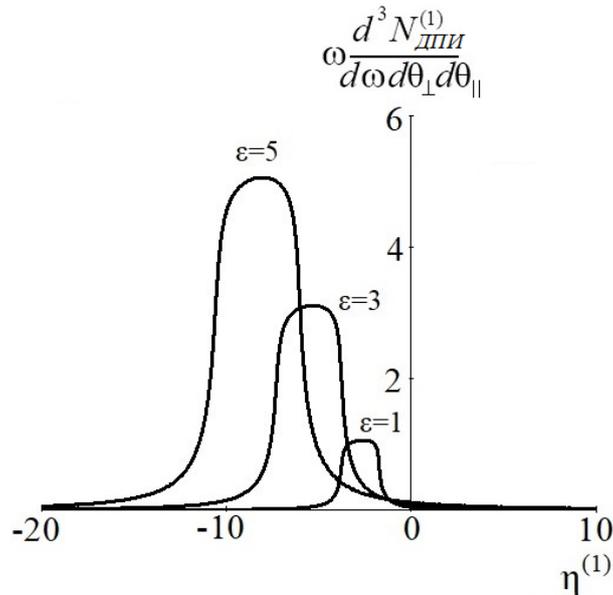


Рис. 6. Спектрально-угловые плотности ДПИ при различных значениях параметра асимметрии
 Угол наблюдения: $\theta_{\perp} = 2\text{mrad}$, $\theta_{\parallel} = 0$
 Fig. 6. Spectral-angular densities of the DPI for different values of the asymmetry parameter.
 Observation angle: $\theta_{\perp} = 2\text{mrad}$, $\theta_{\parallel} = 0$

Кривые демонстрируют рост спектрально-угловой плотности ДПИ при увеличении параметра ϵ , при этом также значительно растёт угловая плотность ДПИ (рис. 7).

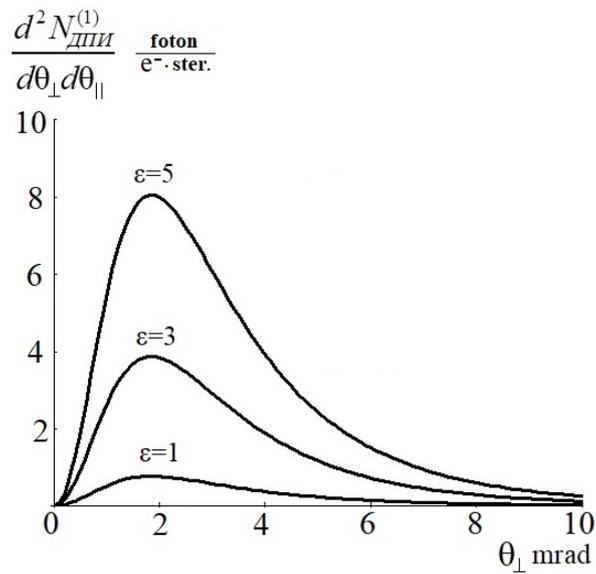


Рис. 7. Угловые плотности ДПИ для различных асимметрий отражения
 Fig. 7. Angular densities of the DPI for different reflection asymmetries

На рис. 8 представлены кривые, описывающие зависимость значений параметра $\kappa^{(1)}$ от отношения толщин первого и второго слоев $\frac{a}{b}$. Этот параметр определяет расположение в слоистой среде пучностей двух стоячих волн, которые образуются в результате сложения падающих и дифрагированных волн рентгеновского излучения.

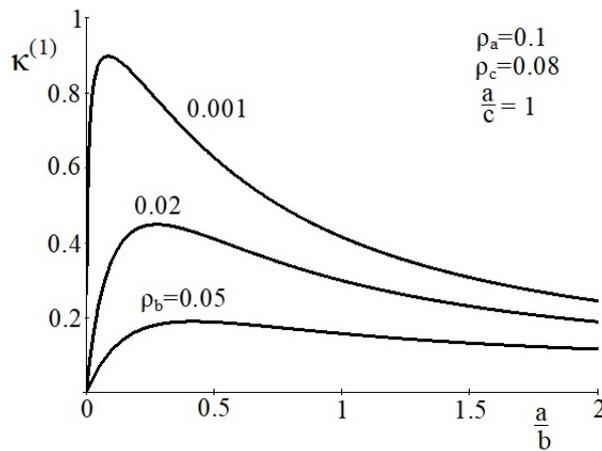


Рис. 8. Зависимость параметра $\kappa^{(1)}$, определяющего расположение стоячей волны в слоистой структуре, от соотношения толщин слоев $\frac{a}{b}$
 Fig. 8. Dependence of the parameter $\kappa^{(1)}$, which determines the location of the standing wave in the layered structure, on the ratio of the layer thicknesses $\frac{a}{b}$

На рис. 9 сплошной кривой и пунктирной продемонстрировано расположение двух стоячих рентгеновских волн в рассматриваемой трехслойной среде и для сравнения в двухслойной периодической среде. Каждая стоячая волна соответствует первой и второй ветви ПРИ. В случае, когда параметр $\kappa^{(s)}$ близок к единице $\kappa^{(s)} \approx 1$, стоячая волна расположена в слоистой среде таким образом, что ее максимумы пучности для одной ветви решения дисперсионного соотношения находятся на слое, где электронная плотность минимальная, а для второй ветви пучности находятся на слое, где электронная плотность максимальна. Этот эффект аналогичен эффекту Бормана в монокристалле [19], и он может позволить существенно увеличить интенсивность когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в периодической слоистой среде. Для рассеяния свободных рентгеновских волн в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде проявление эффекта Бормана было рассмотрено в работе [20].

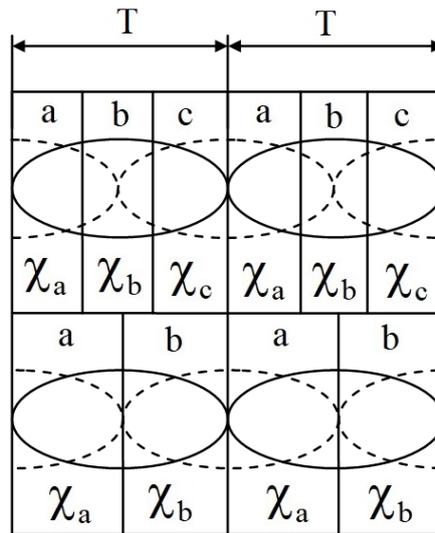


Рис. 9. Расположение двух стоячих рентгеновских волн в периодической слоистой среде для трех (a, b, c) и двух (a, b) различных слоев на периоде T

Fig. 9. Arrangement of two standing X-ray waves in a periodic layered medium, for three (a, b, c) and two (a, b) different layers over the period T

Из рис. 8 следует, что если в трехслойной структуре они будут расположены как показано на рисунке, и если второй слой толщиной b имеет минимальную электронную плотность, то будет уменьшаться поглощение рентгеновских волн (аномально слабое поглощение). При этом уменьшение параметра ρ_b , то есть уменьшение электронной плотности, приводит к увеличению максимума функции $\kappa^{(1)}$, как показано на рис. 8. Из этого же рисунка следует, что уменьшение отношения $\frac{a}{b}$ также приводит к увеличению максимума функции $\kappa^{(1)}$.

На рис. 10 представлены кривые, описывающие угловую плотность ПРИ для различных поглощений второго слоя.

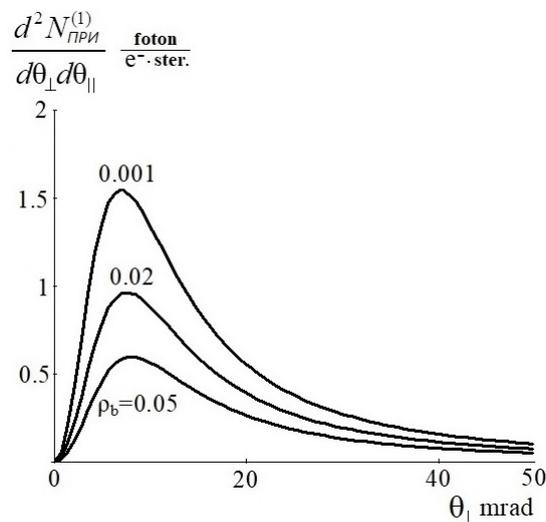


Рис. 10. Проявление эффекта аномального фотопоглощения в периодической слоистой среде.

Динамический эффект аналогичен эффекту Бормана в монокристалле. Параметры: $\frac{a}{b} = 0.25$

Fig. 10. Manifestation of the anomalous photoabsorption effect in a periodic layered medium.

The dynamic effect is analogous to the Borrmann effect in a single crystal. Parameters: $\frac{a}{b} = 0.25$

Из рисунка следует, что уменьшение поглощения второго слоя, через который и происходит перенос энергии когерентного рентгеновского излучения, приводит к значительному уменьшению фотопоглощения излучения. Этот эффект аналогичен эффекту Бормана в монокристалле.

4. Заключение. Развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде с тремя слоями в периоде. Получены выражения, описывающие спектрально-угловую и угловую плотность ПРИ и ДПИ в такой структуре. Показано увеличение спектрально-угловой плотности ПРИ при увеличении параметра асимметрии ϵ , что приводит к значительному росту угловой плотности ПРИ. Показан рост спектрально-угловой и угловой плотности

ДПИ при увеличении параметра асимметрии ε . Показано, что уменьшение поглощения второго слоя в рассматриваемой структуре при определенных условиях приводит к значительному увеличению угловой плотности ПРИ. Этот эффект аналогичен эффекту Бормана в монокристалле и связан с тем, что пучности стоячей в периодической слоистой среде волны находятся на втором слабо поглощающем слое.

Список литературы

1. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A. and Gary C.K. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68:036504.
2. Garibian G.M. and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Soviet Physics, JETP*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Soviet Physics, JETP*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Čerenkov emission of X-rays. *Physical Review A – APS Journals* 1989;40:4322.
5. Nasonov N.N. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148.
6. Kaplin V.V. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror. *Applied Physics Letters*. 2000;24:3647–3649.
7. Blazhevich S.V., Kolosova I.V. and Noskov A.V. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2012;114:547–554.
8. Blazhevich S.V., Noskov A.V. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nuclear Instruments and Methods. B*. 2013;309:70–75.
9. Potylitsyn A. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Springer. 2011. 216 p.
10. Uglov S.R., Kaplin V.V., Kubankin A.S. et al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev M.V., Uglov S.R., Vukolov A.V. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.
12. Huang S., Duan R., Pramanik N., Herrin J.S., Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224–230.
13. Huang S., Duan R., Pramanik N., Boothroyd C., Liu Z., Wong L.J. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.
14. Shi X., Kurman Y., Shentcis M., Wong L.J., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light: Science & Applications*. 2023;12(1):148.
15. Noskov A.V., Blazhevich S.V. Coherent X-ray radiation excited by a relativistic electron in a periodic layered medium. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(7):P07007.
16. Noskov A.V., Blazhevich S.V. Effects of dynamic diffraction in coherent X-ray radiation from a beam of relativistic electrons in a periodic layered medium with three layers in a period. *Physics Letters A*. 2024;525:129835.
17. Носков А.В., Блажевич С.В., Чуева А.И., Мачукаев Д.Д., Киперша В.К. Влияние асимметрической дифракции на спектрально-угловую плотность КРИ релятивистского электрона в трехслойной структуре. *Прикладная математика & Физика*. 2025;57(1):59–67.
18. Носков А.В., Мачукаев Д.Д., Киперша В.К., Пугина П.Д., Пирматова М.Д. Влияние расходимости электронного пучка на КРИ в периодической слоистой среде с тремя слоями на периоде. *Прикладная математика & Физика*. 2025;57(4):279-0289.
19. Borrmann G. Uber Extinktionsdiagramme der Rontgenstrahlen von Quarz. *Physikalische Zeitschrift*. 1941;42:157.
20. Blazhevich S.V., Gorlov A.S., Noskov A.V., and Chuyeva A. I. Dynamic Scattering of X-Rays in a Periodic Layered Medium. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2024;18(6): 1662–1669.

References

1. Nasonov NN., Kaplin VV., Uglov SR., Piestrup MA. and Gary CK. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68:036504.
2. Garibian GM. and Yang C. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. *Soviet Physics, JETP*. 1972;34:495.
3. Baryshevsky V.G., Feranchuk I.D. Transition radiation of γ -rays in a crystal. *Soviet Physics, JETP*. 1972;34:502.
4. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Čerenkov emission of X-rays. *Physical Review A – APS Journals* 1989;40:4322.
5. Nasonov NN. Influence of the density effect upon the parametric x-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148.

6. Kaplin VV. et al. Observation of bright monochromatic x rays generated by relativistic electrons passing through a multilayer mirror. *Applied Physics Letters*. 2000;24:3647–3649.
7. Blazhevich SV., Kolosova IV. and Noskov AV. Coherent x-ray radiation generated by a relativistic electron in an artificial periodic structure. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2012;114:547–554.
8. Blazhevich SV., Noskov AV. Dynamic theory of coherent X-radiation of relativistic electron within a periodic layered medium in Bragg scattering geometry. *Nuclear Instruments and Methods*. 2013;309:70–75.
9. Potylitsyn A. *Electromagnetic Radiation of Electrons in Periodic Structures*. Springer. 2011. 216 p.
10. Uglov SR., Kaplin VV., Kubankin AS. et. al. Cr/Sc multilayer radiator for parametric EUV radiation in “water-window” spectral range. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;732(1):012017.
11. Shevelev MV., Uglov SR., Vukolov AV. Spectrum of coherent VUV radiation generated by 5.7 MeV electrons in a multilayer X-ray mirror. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(4):C04049.
12. Huang S., Duan R., Pramanik N., Herrin JS., Boothroyd C., Liu Z. & Wong L.J. Quantum recoil in free-electron interactions with atomic lattices. *Nature Photonics*. 2023;17(3):224–230.
13. Huang S., Duan R., Pramanik N., Boothroyd C., Liu Z., Wong L.J. Enhanced Versatility of Table-Top X-Rays from Van der Waals Structures. *Advanced Science*. 2022;9(16):2105401.
14. Shi X., Kurman Y., Shentcis M., Wong LJ., Javier Garcia de Abajo F. and Kaminer I. Free-electron interactions with van der Waals heterostructures: a source of focused X-ray radiation. *Light: Science & Applications*. 2023;12(1):148.
15. Noskov AV., Blazhevich SV. Coherent X-ray radiation excited by a relativistic electron in a periodic layered medium. *Journal of Instrumentation*. 2024;19(7):P07007.
16. Noskov AV., Blazhevich SV. Effects of dynamic diffraction in coherent X-ray radiation from a beam of relativistic electrons in a periodic layered medium with three layers in a period. *Physics Letters A*. 2024;525:129835.
17. Noskov AV., Blazhevich SV., Chueva AI., Machukaev DD., Kipersha VK. The influence of asymmetric diffraction on the spectral-angular density of the CRI of a relativistic electron in a three-layer structure. *Applied Mathematics & Physics*. 2025;57(1):59–67 (In Russ.).
18. Noskov AV., Machukaev DD., Kipersha VK., Pugina PD., Pirmatova MD. The Influence of Electron Beam Divergence on the CXR in a Periodic Layered Medium With Three Layers Per Period. *Applied Mathematics & Physics*. 2025;57(4):279–289 (In Russ.).
19. Borrmann G. Uber Extinktionsdiagramme der Rontgenstrahlen von Quarz. *Physikalische Zeitschrift*. 1941;42:157.
20. Blazhevich S.V., Gorlov A.S., Noskov A.V., and Chuyeva A. I. Dynamic Scattering of X-Rays in a Periodic Layered Medium. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2024;18(6): 1662–1669.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 22.12.2025

Received December 22, 2025

Поступила после рецензирования 13.02.2026

Revised February 13, 2026

Принята к публикации 17.02.2026

Accepted February 17, 2026

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Чуева Анастасия Игоревна – аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Anastasia I. Chueva – Graduate Student of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

[К содержанию](#)