

Особенности термофоретического движения крупной испаряющейся капли в бинарной газовой смеси при малых относительных перепадах температуры

Малай Н. В.^{ID}, Сохань П. В.^{ID}

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85
malay@bsuedu.ru, sokhanp95@gmail.com

Аннотация. В квазистационарном приближении при малых числах Стокса, тепловом и диффузионном числах Пекле рассматривается влияние тепло- и массопереноса на термофорез крупной испаряющейся сферической капли в бинарной газовой смеси. Линеаризованная по скорости система уравнений Навье – Стокса, описывающая поля скорости и давления вне и внутри испаряющейся капли, конвективное уравнение теплопереноса и уравнение диффузии решались методом теории возмущения. В качестве малого параметра использовался относительный перепад температуры на размере частицы. Получены аналитические выражения для силы и скорости термофореза при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности и проведены качественные оценки влияния тепло- и массообмена на скорость термофореза крупных испаряющихся капель.

Ключевые слова: термофорез испаряющихся капель, движение капель в поле градиента температуры

Для цитирования: Малай Н.В., Сохань П.В. Особенности термофоретического движения крупной испаряющейся капли в бинарной газовой смеси при малых относительных перепадах температуры. *Прикладная математика & Физика*. 2026;58(2):206–212. DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-2-206-212 EDN GLEKJO

Original Research

Features of the Thermophoretic Motion of a Large Evaporating Droplet in a Binary Gas Mixture at Small Relative Temperature Differences

Nikolay V. Malai^{ID}, Pavel V. Sohan^{ID}

Belgorod National Research University,
85 Pobedy St., Belgorod, 308015, Russia,
malay@bsuedu.ru, sokhanp95@gmail.com

Abstract. The effect of heat and mass transfer on thermophoresis of a large evaporating spherical droplet in a binary gas mixture is considered in the quasi-stationary approximation for small Stokes numbers, thermal and diffusion Peclet numbers. The velocity-linearized system of Navier-Stokes equations describing the velocity and pressure fields outside and inside the evaporating droplet, the convective heat transfer equation and the diffusion equation were solved using the perturbation theory method. The relative temperature difference on the particle size was used as a small parameter. Analytical expressions have been obtained for the strength and velocity of thermophoresis at small relative temperature differences in its vicinity, and qualitative estimates of the effect of heat and mass transfer on the thermophoresis rate of large evaporating droplets have been carried out.

Keywords: Thermophoresis of Evaporating Droplets, the Movement of Droplets in the Field of a Temperature Gradient

For citation: Malai NV., Sohan PV. Features of the Thermophoretic Motion of a Large Evaporating Droplet in a Binary Gas Mixture at Small Relative Temperature Differences. *Applied Mathematics & Physics*. 2026;58(2):206–212. (In Russ). DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-2-206-212 EDN GLEKJO

1. Введение. В конденсированных средах широко используются термодинамические системы (газы и жидкости) со взвешенными в них частицами. Взвешенные частицы в газе называют аэрозолями, а в жидкости – гидрозольми. В первом случае термодинамическая система называется аэродисперсной, а во втором случае – гидродисперсной. В статье рассматриваются аэродисперсные системы. Однако многие результаты, полученные для аэродисперсных систем, могут быть применимы (с определенными допущениями) и для гидродисперсных систем.

Интерес к исследованию физических и динамических свойств аэрозолей и создание на их основе математических моделей, позволяющих оценивать поведение аэрозольной системы, не ослабевает, а только растет. Это обусловлено тем, что аэрозольные частицы, входящие в состав реальных аэродисперсных систем, могут быть твердыми, летучими (если на их поверхности происходит испарение или конденсация) и нелетучими (в случае отсутствия фазового перехода на их поверхности); кроме того, они могут иметь сферическую, цилиндрическую, сфероидальную или произвольную форму поверхности и различаться по размерам, обладать анизотропией теплофизических свойств и т. д.

Аэрозоли играют большую роль в природе и жизни человека. В связи с интенсификацией производства (использование авиационной и ракетной техники) аэрозольные загрязнения наиболее динамичны и представляют собой непосредственную угрозу окружающей среде.

Аэрозоли находят все более широкое применение в технике и технологии, сельском хозяйстве, медицине, быту и т. д. В промышленности аэрозоли используются в различных технологических процессах; аэрозольные препараты используются в медицине, например, для дезинфекции и ингаляции; в ветеринарии – для обработки животных; в сельском хозяйстве – для защиты посевов от вредителей и т. д. Это явление применяется для улавливания частиц; при фракционировании частиц в полевых условиях; термофорез предложен в качестве механизма сортировки одностенных углеродных нанотрубок. Несмотря на относительную малость характерных градиентов температуры в тропосфере и стратосфере по сравнению с используемыми в различных технологических процессах, термофорез может играть важную роль в физике облаков и очистке атмосферы от аэрозольных частиц и т. д.

Среднее расстояние между аэрозольными частицами у значительной части встречающихся на практике аэродисперсных систем намного больше характерного размера частиц. В таких системах учет влияния аэрозоля на развитие физического процесса можно проводить, основываясь на знании законов динамики движения и тепло- и массообмена с бесконечной окружающей средой отдельных аэрозольных частиц.

Таким образом, важной причиной возрастающего интереса к изучению аэродисперсных систем является разнообразие и фундаментальный характер задач, которые возникают в этой области [1, 2, 3, 4, 5]. С учетом этого, одной из основных проблем механики аэродисперсных систем, активно разрабатываемой как в нашей стране, так и за рубежом, является проблема теоретического описания поведения взвешенных частиц в неоднородных аэродисперсных системах и в первую очередь – по температуре. Без знания закономерностей этого поведения невозможно математическое моделирование эволюции аэродисперсной системы и решение такого важного вопроса, как целенаправленное воздействие на аэрозоли.

В неравновесных по температуре термодинамических аэродисперсных системах возникает упорядоченное движение взвешенных в этих системах частиц. Это движение обусловлено силами молекулярной природы. В частности, так называемое термофоретическое движение [6, 7], которое, обусловлено наличием в газообразной среде градиента температуры.

Остановимся вкратце на механизме возникновения термофоретического движения аэрозольной частицы при малых числах Кнудсена в газообразной среде, в которой с помощью внешних источников поддерживается постоянный малый градиент температуры. Если теплопроводность частицы относительно невелика, ее сторона, обращенная к «горячей» области газа, становится более нагретой, и на поверхности частицы возникает наведенный градиент температуры, сопоставимый с аналогичным градиентом в газе. В результате вдоль поверхности возникает явление, которое в литературе называют тепловым скольжением газа, направленное от холодной к горячей области, а частица испытывает силу в направлении, противоположном градиенту температуры в газе. Эту силу называют термофоретической. Наряду с термофоретической силой действует сила вязкого сопротивления среды (сила Стокса). Когда обе эти силы уравниваются, частица движется прямолинейно и равномерно со скоростью U . Скорость равномерного движения частицы называют термофоретической скоростью и обозначают U_{th} ($U_{th} = U$) [6, 7]. Таким образом, термофоретическая сила перемещает частицы из области с более высокой в области с более низкой температурой.

2. Математическая постановка задачи. Основные уравнения и граничные условия.

В неограниченной неподвижной вязкой бинарной газовой смеси с помощью внешних источников поддерживается постоянный малый градиент температуры ∇T , направленный вдоль полярной оси $z = r \cos \theta$ ($\nabla T \parallel Oz$). В эту неограниченную неподвижную бинарную газовую смесь с температурой T_e , плотностью ρ_e , теплопроводностью λ_e , коэффициентом диффузии D_{12} и вязкостью μ_e , помещается крупная [6] равномерно нагретая испаряющаяся капля сферической формы радиусом R с плотностью ρ_i , теплопроводностью λ_i и вязкостью μ_i .

В статье рассматривается малый относительный перепад температуры $\Theta(T)$, под которым понимают отношение разности между средней температурой поверхности частицы T_{is} и температурой области вдали от нее T_∞ к последней, то есть величину $\Theta(T) = (T_{is} - T_\infty)/T_\infty$. Относительный перепад температуры считается малым при выполнении неравенства $\Theta(T) \ll 1$. При выполнении этого условия коэффициенты теплопроводности, диффузии, динамической и кинематической вязкости бинарной газовой смеси можно считать постоянными величинами. Движение капли происходит при малых числах Рейнольдса и Пекле.

Термофоретическое движение осложнено нагревом поверхности капли, т. е. внутри капли действуют тепловые источники плотностью q_i , за счёт которых происходит однородный нагрев ее поверхности. Нагрев поверхности может происходить, например, если капля находится в поле лазерного излучения. В этом случае плотность тепловых источников можно оценить с помощью формулы $q_i = \frac{4\pi n_i a_i}{n_e \lambda_0} I_0 B(r)$ [8]. Здесь $m_i = n_i + i a_i$ – комплексный показатель преломления капли, n_e – показатель преломления среды,

λ_0, I_0 – длина волны и интенсивность падающего излучения, $B(\mathbf{r})$ – функция координат, рассчитываемая по теории Ми [8]. За счет нагрева поверхности частицы мы можем также влиять на силу и скорость термофореза, а не только за счет градиента температуры ∇T , что важно в практических приложениях термофореза. Индексы «e» и «i» здесь и далее относятся к газу и частице соответственно; индексом «S» обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы и индексом « ∞ » – физические величины, характеризующие газовую среду вдали от частицы.

Бинарная газовая смесь состоит из двух компонентов, относительные концентрации которых обозначим через C_1 и C_2 . При этом $C_1 = \frac{n_1}{n_e}$, $C_2 = \frac{n_2}{n_e}$, $n_e = n_1 + n_2$ – полное количество молекул в единице объема смеси, $\rho_1 = n_1 m_1$, $\rho_2 = n_2 m_2$, $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$, m_1, n_1 и m_2, n_2 – масса и числовая концентрация молекул первого и второго компонентов смеси. Первый компонент с концентрацией C_1 по физическому составу совпадает с веществом жидкой капли, второй компонент с концентрацией C_1 считается основным (несущим).

Предполагается, что $C_1 \ll C_2$, т. е. рассматривается диффузионный режим испарения, в котором основное влияние на процесс тепломассопереноса в окрестности капли определяется молекулярной диффузией. Учитываются циркуляция вещества внутри капли и испарение (реактивный эффект). Радиус капли считается неизменным (время изменения радиуса капли значительно больше времени релаксации диффузионных и тепловых неоднородностей вблизи нее) [9]. При движении капля сохраняет сферическую форму, т. е. силы поверхностного натяжения значительно больше силы вязкого сопротивления. Вследствие малого времени тепловой и диффузионной релаксации процесс тепломассопереноса в системе частица – газ является квазистационарным и свободной конвекцией можно пренебречь (число Грасгофа мало). Задача решается гидродинамическим методом, т. е. решаются уравнения гидродинамики и тепломассопереноса с соответствующими граничными условиями.

С учетом выбранной системы координат (газ на бесконечности покоится) и допущений векторные поля среднemasовых скоростей $U_e(\mathbf{r})$ и $U_i(\mathbf{r})$, распределения давлений $P_e(\mathbf{r})$ и $P_i(\mathbf{r})$, относительной концентрации $C_1(\mathbf{r})$ летучего компонента в бинарной газовой смеси, скалярных полей температур $T_e(\mathbf{r})$ и $T_i(\mathbf{r})$ вне и внутри капли описываются системой уравнений (1)–(3) [10, 11], смешанных краевых условий (4)–(12) [12]. Векторные и скалярные поля должны быть симметричными относительно оси Oz, проходящей через центр масс частицы и параллельной вектору скорости U, а вектор U_e должен быть расположен в плоскости, проходящей через эту ось. Задача решается в сферической системе координат $y = r/R, \theta, \varphi$

$$\mu_e \Delta U_e = \nabla P_e, \quad \text{div}(\rho_e U_e) = 0, \quad \mu_i \Delta U_i = \nabla P_i, \quad \text{div}(\rho_i U_i) = 0, \quad (1)$$

$$\rho_e c_p (U_e \nabla) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \quad \Delta C_1 = 0, \quad (2)$$

$$\Delta T_i = -\frac{q_i}{\lambda_i}. \quad (3)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} U_r^{(e)}(y, \theta) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} U_\theta^{(e)}(y, \theta) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} P_e(y, \theta) = P_\infty, \quad (4)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} T_e(y, \theta) = T_\infty + |\nabla T| R y \cos \theta, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} C_1(y, \theta) = C_0, \quad (5)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} P_i(y, \theta) \neq \infty, \quad \lim_{y \rightarrow 0} |U_i(y, \theta)| \neq \infty, \quad \lim_{y \rightarrow 0} T_i(y, \theta) \neq \infty, \quad (6)$$

$$\lim_{y=1} \left(n_2 U_r^{(e)} + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y} - n_2 U \cos \theta \right) = 0, \quad (7)$$

$$\lim_{y=1} \left(n_1 U_r^{(e)} - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y} \right) = \lim_{y=1} \left(n_1 U \cos \theta + n_{1i} U_r^{(i)} \right), \quad (8)$$

$$\lim_{y=1} \left(U_\theta^{(e)} - U_\theta^{(i)} \right) = \lim_{y=1} \left(-U \sin \theta + K_{TS} \frac{v_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta} \right), \quad (9)$$

$$\lim_{y=1} T_e = \lim_{y=1} T_i, \quad \lim_{y=1} \left(-\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) = \lim_{y=1} \left(L \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \frac{\partial C_1}{\partial y} - \sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_\infty^4) \right), \quad (10)$$

$$\lim_{y=1} \left(C_1(y, \theta) \right) = \lim_{y=1} \left(C_{1S}^{(H)} + C_{1S}^* \delta T_i \right), \quad (11)$$

$$\lim_{y=1} \left(\mu_e \left[\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{y} \right] + \frac{\partial \sigma(y, \theta)}{\partial T_i(y, \theta)} \frac{\partial T_i(y, \theta)}{\partial \theta} \right) = \lim_{y=1} \left(\mu_i \left[\frac{\partial U_\theta^{(i)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(i)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(i)}}{y} \right] \right). \quad (12)$$

Здесь $U_r^{(e)}, U_\theta^{(e)}, U_r^{(i)}, U_\theta^{(i)}$ – компоненты массовых скоростей U_e и U_i , L – удельная теплота испарения жидкости, D_{12}, λ_e – коэффициенты взаимной диффузии и теплопроводности газовой смеси, λ_i – коэффициент теплопроводности капли, σ_0 – постоянная Стефана – Больцмана, σ_1 – интегральная степень черноты частицы, K_{TS}, K_{DS} – коэффициенты теплового и диффузионного скольжения, которые определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана и в общем случае они зависят от

вида использованной модели межмолекулярного взаимодействия и средней температуры поверхности частицы [6, 13, 14] и при коэффициентах аккомодации по энергии и тангенциального импульса равных единице $K_{TS} = 1.161$, $K_{DS} = 0.3$ [6, 13, 14]. Невозмущенные параметры (T_∞ , P_∞ , C_0) наблюдаются в месте нахождения геометрического центра капли при ее отсутствии (величина C_0 определяется через численные концентрации n_1 и n_2 газовых молекул).

На поверхности капли ($y = 1$) учитываются следующие условия: непроницаемость радиального потока массы для второго и непрерывность радиального потока для первого компонентов бинарной газовой смеси (7)–(8). Здесь $n_2 U_r(y, \theta)$, $n_1 U_r(y, \theta)$, $D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y}$, $D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{R \rho_e} \frac{\partial C_1}{\partial y}$ – радиальные конвективные и диффузионные потоки первой и второй компоненты, соответственно; в (9) учтены разность касательных составляющих скоростей внутренней и внешней сред, которая равна сумме тепловой и диффузионной скоростей скольжений; равенство температур и непрерывность радиальных потоков тепла с учетом тепла, идущего на фазовый переход вещества капли в первый компонент бинарной газовой смеси и на излучение учтены в (10); численная относительная концентрация молекул первого (испытывающего фазовый переход) компонента внешней смеси $C_1 = C_{1S}(T_{iS}$ у поверхности капли в линейном приближении по возмущению температуры $\delta T_i(y, \theta)$ удовлетворяет условию (11); $C_{1S}^{(H)}(T_{iS}) = n_{1S}^{(H)} / n_e$, $n_{1S}^{(H)}$ – насыщенная концентрация молекул первого компонента смеси, зависящая от средней температуры поверхности капли T_{iS} , в (12) учтено, что $C_{1S}^* = \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_{1S}^{(H)}}{\partial T_i}$ – производная от насыщенной концентрации и непрерывность касательных составляющих тензора вязких напряжений с учетом зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры. На бесконечности ($y \rightarrow \infty$) справедливы краевые условия (4)–(5), конечность физических величин, характеризующих каплю при $y \rightarrow 0$, учтена в (6). Определяющими параметрами в задаче являются материальные постоянные λ_e , μ_e и сохраняющиеся в процессе движения частицы R , T_∞ , $|\nabla T|$ и U . Из этих параметров можно составить безразмерную комбинацию, которая характеризует перепад температуры на размере частицы и играет роль малого параметра задачи $\varepsilon = R|\nabla T|/T_\infty \ll 1$ [6, 7]. При нахождении силы и скорости термофореза ограничимся первой поправкой малости. При $\varepsilon \ll 1$ решение уравнений газовой динамики будем искать в виде разложения по малому параметру, т. е. воспользуемся теорией возмущения [15].

3. Поля скоростей, давлений, температур и относительной концентрации первого компонента. Общие решения системы уравнений (1), описывающей поля скоростей и давлений вне и внутри испаряющейся капли, удовлетворяющие краевым условиям вдали от капли и внутри неё, имеет вид [10, 11]:

$$U_r^{(e)}(y, \theta) = U \cos \theta \left(\frac{A_1}{y^3} + \frac{A_2}{y} \right), U_\theta^{(e)}(y, \theta) = -U \sin \theta \left(\frac{1A_1}{2y^3} + \frac{A_2}{2y} \right), P_e(y, \theta) = P_\infty + \frac{\mu_e}{R} U \cos \theta \frac{A_2}{y^2}, \quad (13)$$

$$U_r^{(i)}(y, \theta) = U \cos \theta \left(A_3 + A_4 y^2 \right), U_\theta^{(i)}(y, \theta) = -U \sin \theta \left(A_3 + 2A_4 y^2 \right), P_i(y, \theta) = P_0 + \frac{\mu_i}{R} U \cos \theta 10A_4 y. \quad (14)$$

Решения уравнений тепло- и массопереноса будем искать в виде:

$$t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) + \varepsilon t_{e1}(y, \theta), t_i(y, \theta) = t_{i0}(y) + \varepsilon t_{i1}(y, \theta), C_1(y, \theta) = C_{10}(y) + \varepsilon C_{11}(y, \theta). \quad (15)$$

Подставляя (15) в уравнения (2)–(3), получаем:

$$t_{e0}(y) = 1 + \frac{\Gamma_0}{y}, t_{e1}(y, \theta) = \cos \theta \left[y + \frac{\Gamma_1}{y^2} + \frac{\omega}{2} \left(A_2 - \frac{A_1}{2y^3} \right) \right], \quad (16)$$

$$t_{i0}(y) = B_0 - q_i \frac{R^2}{6\lambda_i T_\infty} y^2, t_{i1}(y, \theta) = \cos \theta B_1 y, \quad (17)$$

$$C_{10}(y) = C_0 + \frac{M_0}{y}, C_{11}(y, \theta) = \cos \theta \frac{M_1}{y^2}. \quad (18)$$

Здесь $\omega = \Gamma_0 Pr$, Pr – число Прандтля [10, 11].

Постоянные интегрирования $A_1, A_2, A_3, A_4, B_0, B_1, \Gamma_0, \Gamma_1, M_0$ и M_1 определяются из смешанных краевых условий на поверхности испаряющейся капли.

Среднее значение температуры поверхности капли $T_S = t_{iS} T_\infty$ определяется из решения следующей системы уравнений (19):

$$\begin{cases} t_{eS} = t_{iS}, \Gamma_0 = t_{eS} - 1, \\ \frac{\lambda_e}{\lambda_i} (t_{eS} - 1) = q_i \frac{R^2}{3\lambda_i T_\infty} + LD_{12} \frac{n_e^2 m_1 m_2}{T_\infty \lambda_i \rho_e} \left(C_0 - C_{1S}^{(H)} \right) - \sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_\infty^3}{\lambda_i} (t_{iS}^4 - 1). \end{cases} \quad (19)$$

Здесь $t_{eS} = t_{e0}(y = 1)$, $t_{iS} = t_{i0}(y = 1)$.

4. Сила и скорость термофореза. Анализ полученных результатов. После того как получены в первом приближении по ε выражения для полей температур вне и внутри испаряющейся капли и первого компонента бинарной газовой смеси, общая сила, действующая на каплю, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности капли (20) [10]:

$$F_z = \int_{(S)} (-P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi |_{r=R}. \quad (20)$$

Здесь

$$\sigma_{rr} = 2\mu_e \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial r}, \quad \sigma_{r\theta} = \mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{r} \right).$$

Приравнявая общую силу, действующую на испаряющуюся каплю, к нулю (капля движется равномерно и прямолинейно), получаем следующее выражение для скорости термофореза (21):

$$\begin{aligned} U_{th} = & -\frac{1}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \left\{ 2 \frac{\lambda_e}{\lambda_i} \left[K_{TS} \frac{v_e}{t_{eS}} + K_{DS} D_{12} C_{1S}^* T_\infty + \frac{R}{3\mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i} + \frac{n_e^2}{n_2} D_{12} C_{1S}^* T_\infty \left(\frac{2}{n_{1i}} + \frac{m_1}{\rho_e} \times \right. \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left[1 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} \right] \right] \frac{|\nabla T|}{T_\infty \delta} + \frac{\omega}{6\delta} \frac{\lambda_e}{\lambda_i} \left[K_{TS} \frac{v_e}{t_{eS}} + K_{DS} D_{12} C_{1S}^* T_\infty + \frac{R}{3\mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i} + \frac{n_e^2}{n_2} D_{12} C_{1S}^* T_\infty \times \right. \right. \\ & \times \left. \left(\frac{2}{n_{1i}} + \frac{m_1}{\rho_e} \left[1 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} \right] \right) \right] \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1 + \frac{\mu_e}{\mu_i}}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \right) \right\} \mathbf{n}_z, \quad (21) \\ & \delta = 1 + 2 \frac{\lambda_e}{\lambda_i} + 4\sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_\infty^3}{\lambda_i} t_{iS}^3 + 2L \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\lambda_e \rho_e} D_{12} C_{1S}^*. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{n}_z$ – единичный вектор в направлении оси Oz , $\omega = \Gamma_0 Pr$.

В работе получено выражение для термофоретической скорости крупной равномерно нагретой испаряющейся капли при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности с учетом влияния конвективного переноса тепла, реактивного эффекта, зависимости коэффициента поверхностного натяжения капли от температуры, внутренних течений и нагрева поверхности капли внутренними источниками тепла.

Выражение для термофоретической скорости крупной равномерно нагретой испаряющейся капли можно представить в виде суммы двух слагаемых: из “чистого” термофореза, пропорционального градиенту температуры $|\nabla T|$, и термофореза, обусловленного движением среды, т. е. учета конвективного члена в уравнении теплопроводности (2). За счет первого слагаемого частица стремится двигаться в сторону падения температуры во внешней газообразной среде (из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой); второе слагаемое пропорционально ω и по знаку совпадает с первым. Отметим, что для большинства газов число Прандтля порядка единицы. Следовательно, вклад конвективного теплообмена в скорость термофореза зависит от средней температуры поверхности частицы T_{iS} , которая определяется из решения системы уравнений (19), т. е. от нагрева поверхности частицы.

Для качественного анализа скорости термофореза крупной равномерно нагретой испаряющейся капли представим формулу (21) в виде суммы двух слагаемых:

$$U_{th} = f_{th}^{(1)} \frac{|\nabla T|}{T_\infty} \mathbf{n}_z + f_{th}^{(2)} \omega \mathbf{n}_z, \quad (22)$$

$$f_{th}^{(1)} = -\frac{2}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \frac{\lambda_e}{\lambda_i} \frac{\Omega_0}{\delta}, \quad f_{th}^{(2)} = -\frac{2}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \frac{\lambda_e}{\lambda_i} \frac{\Omega_0}{12\delta} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1 + \frac{\mu_e}{\mu_i}}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \right),$$

$$\Omega_0 = K_{TS} \frac{v_e}{t_{eS}} + K_{DS} D_{12} C_{1S}^* T_\infty + \frac{R}{3\mu_i} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i} + \frac{n_e^2}{n_2} D_{12} C_{1S}^* T_\infty \left(\frac{2}{n_{1i}} + \frac{m_1}{\rho_e} \left[1 + 2 \frac{\mu_e}{\mu_i} \right] \right).$$

Входящий в скорость термофореза коэффициент Ω_0 состоит из суммы четырех слагаемых: первое слагаемое, которое пропорционально коэффициенту теплового скольжения K_{TS} и за счет которого испаряющаяся капля стремится двигаться в сторону падения температуры во внешней среде, т. е. из области с более высокой температурой в область с более низкой температурой; четвертое слагаемое (описывающее реактивную часть импульса, действующего на каплю) связано с фазовым переходом и

циркуляцией вещества внутри капли (внутреннее течение); третье слагаемое обусловлено переменным межфазовым поверхностным натяжением на поверхности капли. В силу того, что для большинства жидкостей поверхностное натяжение уменьшается с ростом температуры ($\partial\sigma/\partial t_i < 0$), третье слагаемое дает вклад в скорость, направленный в сторону роста температуры во внешней к капле среде; за счет второго слагаемого (диффузионного скольжения, которое пропорционально коэффициенту K_{DS}) капля может двигаться, как в сторону роста, так и в сторону падения температуры (в зависимости от масс компонентов бинарной газовой смеси). Если масса молекул компонента внешней смеси $m_1 < m_2$, то $K_{DS} > 0$. В противном случае $K_{DS} < 0$. В противном случае $K_{DS} < 0$.

Отношение $f_{th}^{(2)}/f_{th}^{(1)}$ имеет вид:

$$\frac{f_{th}^{(2)}}{f_{th}^{(1)}} = \frac{1}{12} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{1 + \frac{\mu_e}{\mu_i}}{1 + \frac{2\mu_e}{3\mu_i}} \right).$$

Рассмотрим каплю воды радиусом $R = 20 \cdot 10^{-6}$ м, взвешенной в воздухе при температуре 20°C и $\mu_e = 1.8 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\mu_i = 1 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Тогда получаем, что $f_{th}^{(2)}/f_{th}^{(1)} \approx 0.21$. Это отношение показывает умеренный вклад. Термофорез, обусловленный движением среды (учет конвективного члена в уравнении теплопроводности (2)), составляет не более 21 процента от «чистого» термофореза, пропорционального градиенту температуры $|\nabla T|$.

При дальнейшем увеличении средней температуры поверхности уже необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. Уравнения газовой динамики становятся уже нелинейными и при решении такой системы возникают большие математические трудности. Следует отметить, что такие оценки были проведены (без учета вклада конвективного переноса тепла и частица считается однородной по своим теплофизическим характеристикам), например, в работах [16, 17], и показано, что зависимость скорости термофореза от средней температуры поверхности частицы, когда $(T_{is} - T_\infty)/T_\infty \gg 1$, носит нелинейный характер.

5. Заключение. В статье в квазистационарном приближении при малых числах Стокса, тепловом и диффузионном числах Пекле проведено теоретическое описание влияния тепло- и массопереноса на термофорез крупной испаряющейся сферической капли в бинарной газовой смеси, с учетом влияния на скорость термофореза нагрева поверхности частицы, конвективного теплообмена, реактивного эффекта и внутренних течений. Линеаризованная по скорости система уравнений Навье – Стокса, описывающая поля скорости и давления вне и внутри испаряющейся капли, конвективное уравнение теплопереноса и уравнение диффузии решались методом теории возмущения. В качестве малого параметра использовался относительный перепад температуры на размере частицы. Получены аналитические выражения для силы и скорости термофореза при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности и проведены качественные оценки влияния теплообмена на скорость термофореза крупных испаряющихся капель. Анализ показал умеренный вклад движения среды (учет конвективного члена в уравнении теплопроводности) не более 21 процента.

Список литературы

- Berger C., Harvath H., Scindler W. The deposition of so or particles from hot gas streams through pipes. *Journal of Aerosol Science*. 1995;26:211–218.
- Selim A., Hossain M.A. and Rees D.A.S. The effect of surface mass transfer on mixed convection flow past a heated vertical flat permeable plate with thermophoresis. *International Journal of Thermal Sciences*. 2003;42:973–982.
- Бубенчиков А.М., Потеев А.И., Бубенчиков М.А. Термофорез ультрамелких и наноразмерных частиц. *Известия вузов. Физика*. 2013;56(7):59–61.
- Reineck P, Wienken CJ, Braun D Thermophoresis of single stranded DNA. *Известия вузов. Физика*. 2010;31(1):279–286.
- Jerabek-Willemsen M, Andre T, Wanner A, Roth HM, Duhr S, Baaske P, Breitsprecher D. MicroScale Thermophoresis: Interaction analysis and beyond. *Journal of Molecular Structure*. 2014;107:101–113.
- Галоян В.С., Яламов Ю.И. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс; 1985. 207 с.
- Щукин Е.Р., Малай Н.В. Фотофоретическое и термодиффузиофоретическое движение нагретых нелетучих аэрозольных частиц. *Инженерно-физический журнал*. 1988;54(4):628–634.
- Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир; 1986. 660 с.
- Щукин Е. Р., Яламов Ю. И., Шулиманова З. Л. Избранные вопросы физики аэрозолей. М.: МПУ; 1992. 297 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Физматлит; 2003. 731 с.
- Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир; 1976. 630 с.

12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука; 1972. 735 с.
13. Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. 1980. К вопросу о термофорезе умеренно крупных аэрозольных частиц. *Журнал технической физики*. 1980;50(1):158–160.
14. Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А. 1980. О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны. *ДАН СССР*. 1980;254(2):1047–1050.
15. Найфэ А. Введение в методы возмущения. М.: Мир; 1984. 525 с.
16. Малай Н.В., Шукин Е.Р., Стукалов А.А., Рязанов К.С. Гравитационное движение равномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде. *Прикладная механика и техническая физика*. 1980;1:74–80.
17. Малай Н.В., Лиманская А.В., Шукин Е.Р. Термофоретическое движение нагретых крупных аэрозольных частиц сферической формы. *Прикладная механика и техническая физика*. 2016;57(2):164–171.

References

1. Berger C., Harvath H., Scindler W. The deposition of so or particles from hot gas streams through pipes. *Journal of Aerosol Science*. 1995;26:211–218.
2. Selim A., Hossain M.A. and Rees D.A.S. The effect of surface mass transfer on mixed convection flow past a heated vertical flat permeable plate with thermophoresis. *International Journal of Thermal Sciences*. 2003;42:973–982.
3. Bubenchikov A.M., Potekaev A.I., Bubenchikov M.A. Thermophoresis of ultrafine and nanoscale particles. *Izvestiya vuzov. Physics*. 2013;56(7):59–61.
4. Reineck P., Wienken C.J., Braun D. Thermophoresis of single stranded DNA. *Izvestiya vuzov. Physics*. 2010;31(1):279–286.
5. Jerabek-Willemsen M., Andre T., Wanner A., Roth H.M., Duhr S., Baaske P., Breitsprecher D. MicroScale Thermophoresis: Interaction analysis and beyond. *Journal of Molecular Structure*. 2014;107:101–113.
6. Galoyan V.S., Yalamov Yu.I. Dynamics of droplets in inhomogeneous viscous media. Yerevan: Luys; 1985. 207 p. (In Russ.)
7. Shchukin E.R., Malai N.V. Photophoretic and thermodiffusiophoretic motion of heated non-volatile aerosol particles. *Engineering and Physics Journal*. 1988;54(4):628–634.
8. Boren K., Hafman D. Absorption and scattering of light by small particles. Moscow: Mir; 1986. 660 p. (In Russ.)
9. Shchukin E. R., Yalamov Yu. I., Shulimanova Z. L. Selected issues of aerosol physics. Moscow: MPU; 1992. 297 p. (In Russ.)
10. Landau L.D., Lifshits E.M. Theoretical physics. Vol. VI. Hydrodynamics. Moscow: Fizmatlit; 2003. 731 p. (In Russ.)
11. Happel J., Brenner G. Hydrodynamics at small Reynolds numbers. Moscow: Mir; 1976. 630 p. (In Russ.)
12. Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. Equations of mathematical physics. Moscow: Nauka; 1972. 735 p. (In Russ.)
13. Poddoskin A.B., Yushkanov A.A., Yalamov Yu.I. 1980. On the issue of thermophoresis of moderately large aerosol particles. *Journal of Technical Physics*. 1980;50(1):158–160.
14. Yalamov Yu.I., Poddoskin A.B., Yushkanov A.A. 1980. On boundary conditions during the flow of an inhomogeneously heated gas around a spherical surface of low curvature. *Reports of the USSR Academy of Sciences*. 1980;254(2):1047–1050.
15. Naife A. Introduction to perturbation methods. Moscow: Mir; 1984. 525 p. (In Russ.)
16. Malai N.V., Shchukin E.R., Stukalov A.A., Ryazanov K.S. Gravitational motion of a uniformly heated solid particle in a gaseous medium. *Applied mechanics and technical physics*. 1980;1:74–80.
17. Malai N.V., Limanskaya A.V., Shchukin E.R. Thermophoretic motion of heated large spherical aerosol particles. *Applied mechanics and technical physics*. 2016;57(2):164–171.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 20.02.2026

Received February 20, 2026

Поступила после рецензирования 06.04.2026

Revised April 6, 2026

Принята к публикации 18.05.2026

Accepted May 18, 2026

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Малай Николай Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Сохань Павел Витальевич – аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikolay V. Malai – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

Pavel V. Sohan – Graduate Student of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia

[К содержанию](#)