

Численное исследование работы скважины с треугольным контуром питания в анизотропном однородном пласте

Лекомцев Д. Г. 

(Статья представлена членом редакционной коллегии Никуличевой Т. Б.)

Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева,
Россия, 302026, г. Орел, ул. Комсомольская, 95

lekomtcevdg@yandex.ru

Аннотация. Реальные породы-коллекторы обладают анизотропными свойствами, это оказывает существенное влияние на фильтрационное течение флюидов (воды, нефти). В работе рассматривается двумерная задача о дебите скважины в анизотропном однородном грунте с треугольным контуром питания. Проницаемость среды описывается несимметричным тензором второго ранга. Сложность данной задачи обусловлена видом основного уравнения. Решение задачи упрощается переходом на вспомогательную плоскость. Задача решена с применением метода дискретных особенностей. В рамках вычислительного эксперимента исследовано влияние изменения анизотропии среды на дебит скважины. Согласно результатам моделирования рост отношения диагональных компонентов тензора проницаемости приводит к сильному изменению дебита. Проведено исследование «практической сходимости» полученного решения и её зависимости от параметров вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: теория фильтрации, интегральное уравнение, дебит скважины

Для цитирования: Лекомцев Д.Г. Численное исследование работы скважины с треугольным контуром питания в анизотропном однородном пласте. *Прикладная математика & Физика*. 2026;58(3):299–306.

DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-3-299-306 EDN YMYFXJ

Original Research

Numerical Study of Work of the Well by a Triangular Boundary of Reservoir in an Anisotropic Homogeneous Layer

Denis G. Lekomtsev 

(Article submitted by a member of the editorial board Nikulicheva T. B.)

Orel State University named after I. S. Turgenev,
95 Komsomolskaya St., Orel 302026, Russia

lekomtcevdg@yandex.ru

Abstract. Real porous rock has anisotropic properties, which have a significant effect on the filtration flow of fluids (water, oil). The article discusses a two-dimensional problem about the operation of a well in an anisotropic homogeneous soil with a triangular boundary of reservoir. Soil permeability is described by the asymmetric second-rank tensor. The problem is of a rather complex kind of basic equation. The study is simplified if you make the transition from a physical plane to an auxiliary one. The primary equation of the problem is converted into the Laplace equation. The problem is solved using the discrete singularities method. The concept of relative well production rate is used to study the influence of a collector rock anisotropy on the production. The relative well production rate is defined as the ratio of the difference between well production rate in anisotropic and isotropic mediums to the well production rate of a well in isotropic media under other equal conditions. A numerical experiment has been carried out. Within its framework, the soil of changes in porous medium anisotropy on well production rate was investigated. The dependence of “practical similarity” on numerical experiment parameters is investigated.

Keywords: Filtration Theory, Integral Equation, Well Production Rate

For citation: Lekomtsev DG. Numerical Study of Work of the Well by a Triangular Boundary of Reservoir in an Anisotropic Homogeneous Layer. *Applied Mathematics & Physics*. 2026;58(3):299–306. (In Russ.)

DOI 10.52575/2687-0959-2026-58-3-299-306 EDN YMYFXJ

1. Введение. Большой перечень научных работ [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7], выполненных разными научными коллективами, наглядно демонстрирует, что на данный момент наличие анизотропных свойств у реальных пород-коллекторов можно считать хорошо установленным фактом. Это требует учёта данных свойств при рассмотрении движения флюидов (воды, нефти) в подобных пористых средах. На данный момент активно изучается фильтрация в анизотропных средах. При изучении работы скважин часто вводят понятие контура питания как условной границы, от которой флюид начинает своё движение к скважине. В качестве условного контура питания можно выбрать определённую линию обобщённого

потенциала, то есть границу, на которой давление не изменяется. При построении моделей фильтрации контур питания можно моделировать линиями разной формы. Например, контур питания можно моделировать бесконечной прямой [8], эллипсом или прямоугольником [9]. В данной работе рассматривается двумерная задача о работе скважины с треугольным контуром питания. Контур питания похожей формы возможен в случае, если скважины располагаются по четырёхточечной схеме размещения скважин, когда треугольник из нагнетательных скважин окружает эксплуатационную скважину [10]. В этом случае в модели присутствует линия обобщённого потенциала, имеющая околотреугольную форму, эту линию можно использовать для моделирования контура питания. На рис. 1 показан пример подобного фильтрационного течения для случая однородной изотропной среды.

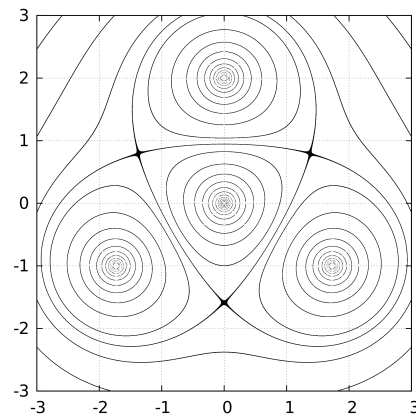


Рис. 1. Линии обобщённого потенциала при размещении эксплуатационной скважины в окружении трёх нагнетательных скважин

Fig. 1. Generalized capacity lines when siting the production well in the surroundings of three injection wells

2. Постановка задачи на физической плоскости. В работе рассматривается стационарная двумерная задача о работе эксплуатационной скважины, имеющей дебит Q . Анизотропия среды моделируется тензором проницаемости K , компоненты которого K_{ij} – постоянные. В общем случае тензор проницаемости является несимметричным. Предполагается, что среда в области фильтрации D является недеформируемой и однородной.

На физической плоскости $z = x + iy$ скважина располагается в точке $z_0 = x_0 + iy_0$, движение флюида происходит в области фильтрации, ограниченной контуром скважины σ_C и контуром питания σ_Π . Контур σ_C и σ_Π не могут быть пересекающимися.

В соответствии с [11] всюду, за исключением изолированных особых точек, в области фильтрации D обобщённый потенциал φ будет удовлетворять уравнению, которое следует из обобщённого закона Дарси и уравнения неразрывности

$$\nabla \cdot (K \cdot \nabla \varphi(z)) = 0, \quad z \in D. \quad (1)$$

Если на компоненты K_{ij} наложены следующие ограничения

$$K_{11} > 0 \quad (K_{22} > 0), \quad D(K_s) = K_{11}K_{22} - \left(\frac{K_{12} + K_{21}}{2} \right)^2 > 0, \quad (2)$$

то уравнение (1) будет относиться к эллиптическому типу ($D(K_s)$ – определитель симметричной части тензора K). На контурах σ_C и σ_Π известны давления, это означает, что для обобщённого потенциала φ заданы граничные условия

$$\varphi^+(z) = C_0, \quad z \in \sigma_\Pi, \quad (3)$$

$$\varphi(z) = C, \quad z \in \sigma_C, \quad (4)$$

здесь $C_0 \neq C$, знаком «+» отмечается предельное значение функции при приближении к контуру σ_Π из области фильтрации. Рассматриваемая задача представляет собой задачу Дирихле, когда при известных граничных условиях (3) и (4) требуется решить уравнения (1), что дает возможность определить искомый дебит Q . Для изучения воздействия различных компонентов тензора K на дебит Q , следуя [8], используем коэффициенты

$$\alpha = \frac{K_{22}}{K_{11}} > 0, \quad \beta = \frac{K_{12} + K_{21}}{2K_{11}}, \quad \gamma = \frac{K_{12} - K_{21}}{2K_{11}}. \quad (5)$$

Следствием условия (2) является наложенное на коэффициенты α и β условие $\alpha > \beta^2$.

3. Постановка задачи на вспомогательной плоскости. Из-за сложного вида уравнения (1) непосредственно решить задачу (1)–(4) достаточно сложно, но решение этой задачи можно упростить, если перейти с физической плоскости z на вспомогательную плоскость $\zeta = \xi + i\eta$. Эта плоскость связана гомеоморфным (аффинным) преобразованием координат с физической плоскостью z [12]

$$\zeta = z + \mu_0 \bar{z}, \quad \mu_0 = \frac{K_{22} - K_{11} - i(K_{12} + K_{13})}{K_{22} + K_{11} + 2\sqrt{D(K_s)}}, \quad |\mu_0| < 1. \quad (6)$$

На вспомогательной плоскости ζ задача рассматривается для области D' , ограниченной контурами σ'_Π и σ'_C , которые являются соответственно образами контуров σ_Π и σ_C . Скважина будет располагаться в точке ζ_0 . Уравнение (1) на плоскости ζ перейдет в уравнение Лапласа

$$\Delta\varphi(\zeta) = 0, \quad \zeta \in D'. \quad (7)$$

Условия (3) и (4) на плоскости ζ будут иметь вид

$$\varphi^+(\zeta) = C_0, \quad \zeta \in \sigma'_\Pi, \quad (8)$$

$$\varphi(\zeta) = C, \quad \zeta \in \sigma'_C. \quad (9)$$

Фильтрационное движение флюида к скважине при условии отсутствия влияния от контура питания будет описываться обобщенным потенциалом вида [9]

$$\varphi_0(\zeta) = Q\Phi(\zeta, \zeta_0) = \frac{Q}{2\pi\sqrt{D(K_s)}} \ln \frac{1}{|\zeta - \zeta_0|}. \quad (10)$$

В (10) $\Phi(\zeta, \zeta_0)$ – фундаментальное решение уравнения (7), $|\zeta - \zeta_0| = \sqrt{(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2}$.

Обобщенный потенциал рассматриваемого в данной модели фильтрационного течения ищем в следующем виде $\varphi(\zeta) = \varphi_0(\zeta) + \varphi_*(\zeta)$. Здесь $\varphi_*(\zeta)$ – обобщенный потенциал возмущений, которые возникают из-за контуров, ограничивающих область фильтрации. $\varphi_*(\zeta)$ представляет собой гармоническую функцию ζ . В этом случае условия (8) и (9) примут вид:

$$\varphi_*^+(\zeta) = C_0 - \varphi_0(\zeta), \quad \zeta \in \sigma'_\Pi, \quad (11)$$

$$\varphi_*(\zeta) = C - \varphi_0(\zeta), \quad \zeta \in \sigma'_C, \quad (12)$$

Далее полагаем $C = 1$, $C_0 = 0$. Таким образом для решения задачи о поиске дебита Q на вспомогательной плоскости необходимо найти $\varphi_*(\zeta)$ при учёте условий (11) и (12). Для некоторых простых частных случаев рассматриваемая задача имеет аналитическое решение. Например, когда контур питания моделируется прямой [8] или эллипсом специального вида, который переходит в окружность на вспомогательной плоскости ζ [9]. В случае замкнутого контура произвольной формы возможно решить задачу, используя метод дискретных особенностей. Данный метод был предложен С. М. Белоцерковским [13] для задач аэро- и гидродинамики и развит в трудах его последователей [11, 14].

4. Применение численного метода дискретных особенностей к задаче исследования дебита скважины. Как показано в [11] для контура питания произвольной формы (при условии отсутствия самопересечений) задача о работе скважины в анизотропной среде приводит к системе, которая состоит из сингулярного интегрального уравнения

$$\frac{f(M)}{2} + \int_{\sigma'_\Pi} f(N)\Omega(N, M)dN = C_0 - \varphi_0(M), \quad M \in \sigma'_\Pi, \quad (13)$$

и интегрального соотношения

$$\int_{\sigma'_\Pi} f(N)\Omega(N, M)dN = C - \varphi_0(M), \quad M = M_* \in \sigma'_C, \quad (14)$$

где $f(N)$ – функция класса Гёльдера. В (13) и (14) ядро интегралов в случае анизотропной однородной пористой среды имеет вид [8]:

$$\Omega(N, M) = -\frac{1}{2\pi} \left[\left(V_\xi \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} - V_\eta \right) \vec{e}_\xi + \left(V_\eta \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} + V_\xi \right) \vec{e}_\eta \right] \cdot \vec{\tau}, \quad (15)$$

где $D(K_a) = K_{11}^2 \gamma^2$, $V_\xi = \frac{\xi_N - \xi_M}{(\xi_N - \xi_M)^2 + (\eta_N - \eta_M)^2}$, $V_\eta = \frac{\eta_N - \eta_M}{(\xi_N - \xi_M)^2 + (\eta_N - \eta_M)^2}$, $\vec{e}_\xi$, $\vec{e}_\eta$ – орты осей $O\xi$ и $O\eta$, $\vec{\tau}$ – орт касательной контура σ'_Π (прохождение контура σ'_Π выполняется против часовой стрелки). Выполним параметрическое задание кривой σ'_Π на вспомогательной плоскости ζ . Контур питания разобьём линейными сплайнами

$$\begin{aligned} AB: \quad x &= \frac{A}{2} - s, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{4}A, \quad s \in [0, A), \\ BC: \quad x &= -\frac{A}{2} + \frac{A}{2}s, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{4}A - \frac{\sqrt{3}}{2}As, \quad s \in [A, 2A), \\ CA: \quad x &= \frac{A}{2}s, \quad y = -\frac{\sqrt{3}}{4}A + \frac{\sqrt{3}}{2}As, \quad s \in [2A, 3A). \end{aligned} \quad (16)$$

На рис. 2 показана моделируемая область фитрации на физической плоскости z и её образ на вспомогательной плоскости ζ .

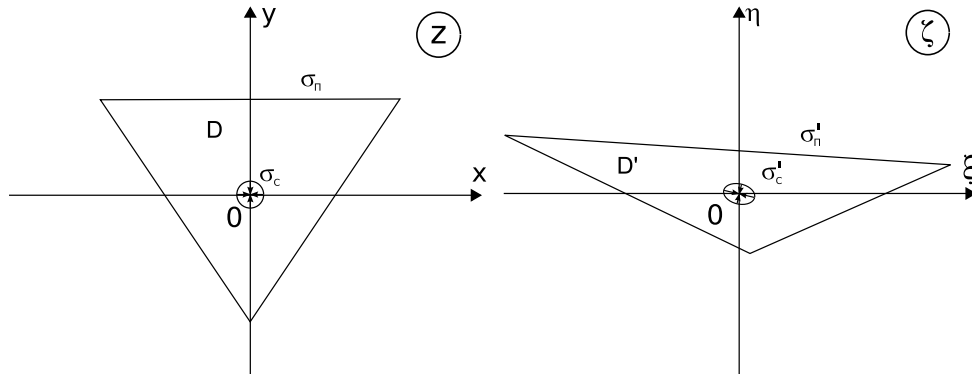


Рис. 2. Контур питания σ_Π на физической плоскости z и соответствующий ему контур σ'_Π на вспомогательной плоскости ζ при $\alpha = 10$, $\beta = 1$ и $\gamma = 0$

Fig. 2. Boundary of reservoir σ_Π on physical plane z and corresponding contour σ'_Π on auxiliary plane ζ at $\alpha = 10$, $\beta = 1$ and $\gamma = 0$

От системы (14)–(15) перейдём к системе $n + 1$ линейных неоднородных алгебраических уравнений (интегралы в системе (14)–(15) заменены суммами в соответствии с квадратурными формулами прямоугольника):

$$f_j + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n f_j \Omega_{ji} \Delta l_j = 2(C_0 - \varphi_0(M)), \quad i = \overline{1, n}, \quad (17)$$

$$\text{где } \Omega_{ji} = -\frac{1}{2\pi} \left[\left(V_\xi \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} - V_\eta \right) \xi'_j + \left(V_\eta \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} + V_\xi \right) \eta'_j \right], \quad V_\xi = \frac{\xi_i - \xi_j}{(\xi_i - \xi_j)^2 + (\eta_i - \eta_j)^2}, \quad V_\eta = \frac{\eta_i - \eta_j}{(\xi_i - \xi_j)^2 + (\eta_i - \eta_j)^2},$$

$$\sum_{j=1}^n f_j \Omega_{*j} \Delta l_j = C - \varphi_0(M), \quad (18)$$

$$\text{где } \Omega_{*j} = -\frac{1}{2\pi} \left[\left(V_\xi \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} - V_\eta \right) \xi'_j + \left(V_\eta \frac{\sqrt{D(K_a)}}{\sqrt{D(K_s)}} + V_\xi \right) \eta'_j \right], \quad V_\xi = \frac{\xi_0 - \xi_j}{(\xi_0 - \xi_j)^2 + (\eta_0 - \eta_j)^2}, \quad V_\eta = \frac{\eta_0 - \eta_j}{(\xi_0 - \xi_j)^2 + (\eta_0 - \eta_j)^2}.$$

Систему (17)–(18) можно решить хорошо известными методами решения систем линейных алгебраических уравнений (например, методом Гаусса – Жордана или методом Гаусса – Зейделя), найдём значения функций f_j , $j = 1, 2, \dots, n$ и дебит скважины с треугольным контуром питания Q .

Для оценки воздействия анизотропных свойств пористой среды на дебит Q по аналогии с [8] используем понятие относительного дебита

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_0} - 1. \quad (19)$$

В качестве Q_0 примем дебит скважины в изотропной однородной среде, определяемый по классической формуле Дюпюи [15], то есть для скважины с контуром питания в виде окружности радиусом R_Π . Примем $R_\Pi = 1$, а радиус скважины $R_c = 0.001 R_\Pi$.

На рис. 3 показаны зависимости между относительным дебитом ε и коэффициентами α и β , полученные по результатам моделирования. Количество точек разбиения $n = 200$. Сторона равностороннего треугольника A выбрана так, чтобы площадь, ограниченная треугольным контуром питания σ_Π , была равна площади, ограниченной круговым контуром питания единичного радиуса.

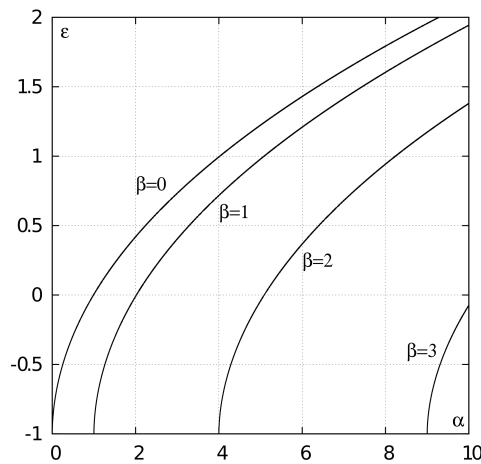


Рис. 3. Зависимости относительного дебита скважины с треугольным контуром питания от коэффициентов α и β

$$(A = 2\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}, \gamma = 0)$$

Fig. 3. Dependencies of the relative well production rate with a three-way boundary of reservoir on the coefficients α and β

$$(A = 2\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}, \gamma = 0)$$

Качественный вид кривых аналогичен случаю работы скважины с эллиптическим или прямоугольным контурами питания [9], это позволяет предположить, что при условии равенства площадей, ограниченных контурами питания, сама форма контура питания не оказывает значительного воздействия на вид графиков, отображающих изменение дебита скважины в анизотропном грунте.

5. Исследование «практической сходимости» решения. Одним из способов верификации результатов, полученных с использованием метода дискретных особенностей, является исследование «практической сходимости» решения. Данный приём восходит к работе [14]. Аналогичная методика проверки решения, полученного с применением метода дискретных особенностей, используется, например, в [16]. В рамках данной проверки выполнено исследование того, как изменение количества точек разбиения контура σ'_H влияет на полученное значение относительного дебита ε . Для определения «практической сходимости» используем формулу:

$$\kappa = \left| \frac{\varepsilon_{n_1} - \varepsilon_{n_2}}{\varepsilon_{n_1}} \right| \cdot 100\%,$$

где ε_{n_1} – относительный дебит при разбиении контура на n_1 точек, ε_{n_2} – относительный дебит при разбиении контура на n_2 точек ($n_2 > n_1$). Рост количества точек разбиения приводит к тому, что практическая сходимость полученного решения улучшается. В таблицах 1-3 представлены полученные значения «практической сходимости» при различных значениях компонентов тензора проницаемости. Видно, что с ростом количества точек разбиения сходимость улучшается. Появление вклада недиагональных компонент тензора проницаемости ($\beta \neq 0$) приводит к ухудшению практической сходимости. Сравнение данных из таблиц 2 и 3 позволяет предположить, что согласно результатам моделирования работы скважины коэффициент γ мало влияет на дебит и «практическую сходимость».

Таблица 1

Table 1

Зависимость изменения относительного дебита ε от изменения числа n точек разбиения при $\alpha = 10$,

$$\beta = 0, \gamma = 0$$

Dependence of the change in relative well production rate ε from the change in number of partition points

$$\text{at } \alpha = 10, \beta = 0, \gamma = 0$$

Количество точек разбиения n	Относительный дебит ε	Практическая сходимость κ
50	2.103953	-
100	2.102530	$6.761997 \cdot 10^{-4}$
200	2.103142	$2.912550 \cdot 10^{-4}$
300	2.102926	$1.030037 \cdot 10^{-4}$
400	2.102834	$4.355736 \cdot 10^{-5}$

Таблица 2

Table 2

Зависимость изменения относительного дебита ε от изменения числа n точек разбиения при $\alpha = 10$,

$$\beta = 3, \gamma = 0$$

Dependence of the change in relative well production rate ε from the change in number of partition points

at $\alpha = 10, \beta = 3, \gamma = 0$

Количество точек разбиения n	Относительный дебит ε	Практическая сходимость κ
50	$-7.308823 \cdot 10^{-2}$	-
100	$-7.467415 \cdot 10^{-2}$	$2.169873 \cdot 10^{-2}$
200	$-7.415147 \cdot 10^{-2}$	$6.999591 \cdot 10^{-3}$
300	$-7.451069 \cdot 10^{-2}$	$4.844481 \cdot 10^{-3}$
400	$-7.454604 \cdot 10^{-2}$	$4.744118 \cdot 10^{-4}$

Таблица 3

Table 3

Зависимость изменения относительного дебита ε от изменения числа n точек разбиения при $\alpha = 10$,

$$\beta = 3, \gamma = 3$$

Dependence of the change in relative well production rate ε from the change in number of partition points

at $\alpha = 10, \beta = 3, \gamma = 3$

Количество точек разбиения n	Относительный дебит ε	Практическая сходимость κ
50	$-7.303486 \cdot 10^{-2}$	-
100	$-7.451751 \cdot 10^{-2}$	$2.030056 \cdot 10^{-2}$
200	$-7.404857 \cdot 10^{-2}$	$6.292951 \cdot 10^{-3}$
300	$-7.435767 \cdot 10^{-2}$	$4.174271 \cdot 10^{-3}$
400	$-7.439163 \cdot 10^{-2}$	$4.567171 \cdot 10^{-4}$

6. Заключение. В работе проведено исследование частного случая двумерной задачи о работе скважины в анизотропном однородном пласте грунта с применением численного метода дискретных особенностей. Задача сведена к системе сингулярного интегрального уравнения и интегрального соотношения. На основе этой системы была получена $n + 1$ линейных неоднородных алгебраических уравнений. В рамках проведения вычислительных экспериментов изучено влияние анизотропии на дебит скважины в случае треугольного контура питания. Используемая в работе математическая модель позволяет предположить, что в её рамках анизотропия грунта сильно влияет на дебит, увеличивая или уменьшая его по сравнению с дебитом скважины в изотропном слое. Причём основное влияние на дебит скважины оказывают компоненты тензора проницаемости, расположенные на главной диагонали. Общий характер зависимости дебита от компонентов тензора проницаемости в случае треугольного контура питания мало отличается от случая работы скважин с эллиптическим или прямоугольным контуром питания.

Список литературы

1. Абросимов А.А. Применение рентгеномографии для изучения фильтрационно-емкостных систем коллекторов нефти и газа. *Труды Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина*. 2015;4(281):5–15
2. Дмитриев Н.М., Мамедов М.Т., Максимов В.М. Фильтрация с предельным градиентом в анизотропных средах. Теория и эксперимент. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011;4(3):749–750.
3. Adams A., Nordquist T., Germaine J., Flemings P. Permeability anisotropy and resistivity anisotropy of mechanically compressed mudrocks. *Canadian Geotechnical Journal*. 2016;9(53):1474–1482. DOI:10.1139/cgj-2015-0596
4. Дмитриев Н.М., Мурадов А.А. К определению коэффициента гидравлического сопротивления для фильтрационных течений в модельных пористых средах. *Труды Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина*. 2010;1(258):45–57.
5. Nordquist T. Permeability Anisotropy of Resedimented Mudrocks. Master Of Science In Civil And Environmental Engineering. Boston; 2015. 277 p.
6. Zhao X., Toksoz M., Cheng C. Stoneley wave propagation across borehole permeability heterogeneities. *Earth Resources Laboratory Industry Consortia Annual Report*. 1994;9:227–270. DOI:10.1190/1.1931957
7. Дашевский Ю.А. Изучение электрической анизотропии горных пород в скважинах методами стационарной геоэлектрики. Новосибирск; 2008. 101 с.

8. Пивень В.Ф., Лекомцев Д.Г. Математическое моделирование работы совершенной скважины с прямолинейным контуром питания в анизотропном пласте грунта. *Ученые записки Орловского государственного университета*. 2012;3(47):69-74.
9. Пивень В.Ф., Лекомцев Д.Г. Аналитическое и численное моделирование работы совершенной скважины в анизотропном однородном пласте грунта. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2016;4(9):389-399. DOI:10.7242/1999-6691/2016.9.4.32
10. Васильев В.А., Николайченко А.С., Гунькина Т.А., Галай Б.Ф., Левченко В.С., Федорчук М.Ю. Оценка влияния сетки скважин на начало обводнения скважинной продукции. *Деловой журнал NEFTEGAZ.RU*. 2017;5(65):86-88.
11. Пивень В.Ф. Математические модели фильтрации жидкости. Орёл; 2015. 408 с.
12. Пивень В.Ф. Исследование граничных задач плоскопараллельных течений жидкости в анизотропной пористой среде. *Дифференциальные уравнения*. 2009;9(45):1286-1297. DOI: 10.1134/S0012266112090078
13. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. М; 1985. 256 с.
14. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн). М.; 1995. 520 с.
15. Чарный И.А. Подземная гидродинамика. М.; 1963. 397 с.
16. Федяев Ю.С. Математическое моделирование эволюции двумерной границы раздела жидкостей различной вязкости в кусочно-однородных и кусочно-неоднородных слоях грунта. Дисс. канд. физ.-мат. наук. 05.13.18. Орёл; 2005. 191 с.

References

1. Abrosimov AA. X-Ray Tomography for Study of Oil and Gas Reservoir Systems. *Proceedings of Gubkin University*. 2015;4(281):5-15. (In Russ.)
2. Dmitriev NM., Mamedov MT., Maksimov VM. Flow with a limiting gradient in anisotropic porous media. Theory and experiment. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*. 2011;4(3):749-750. (In Russ.)
3. Adams A., Nordquist T., Germaine J., Flemings P. Permeability anisotropy and resistivity anisotropy of mechanically compressed mudrocks. *Canadian Geotechnical Journal*. 2016;9(53):1474-1482. DOI:10.1139/cgj-2015-0596
4. Dmitriev NM., Muradov AA. To determination of coefficient of hydraulic resistance for fluid flows in modeling porous media. *Proceedings of Gubkin University*. 2010;1(258):45-57. (In Russ.)
5. Nordquist T. Permeability Anisotropy of Resedimented Mudrocks. Master Of Science In Civil And Environmental Engineering. Boston; 2015. 277 p.
6. Zhao X., Toksoz M., Cheng C. Stoneley wave propagation across borehole permeability heterogeneities. *Earth Resources Laboratory Industry Consortia Annual Report*. 1994;9:227-270. DOI:10.1190/1.1931957
7. Dashevskii YuA. Izuchenie elektricheskoi anizotropii gornyx porod v skvazhinakh metodami statsionarnoi geoelektriki [Study of the electrical anisotropy of rocks in wells using the methods of stationary geoelectrics]. Novosibirsk; 2008. 101 p.
8. Piven' VF., Lekomtsev DG. Mathematical modeling work of the drilled well with direct external boundary of reservoir in anisotropic bedlayer. *Scientific notes of Orel State University*. 2012;3(47):69-74. (In Russ.)
9. Piven' VF., Lekomtsev DG. Analytical and numerical modeling of the work of a perfect well in anisotropic homogeneous soil formation. *Computational Continuum Mechanics*. 2016;4(9):389-399. DOI:10.7242/1999-6691/2016.9.4.32 (In Russ.)
10. Vasil'ev VA., Nikolaichenko AS., Gun'kina TA., Galaj BF., Levchenko VS., Fedorchuk MYu. Otsenka vliyaniya setki skvazhin na nachalo obvodneniya skvazhinnoi produktsii [Assessment of the effect of a well net on the start of flow of well products]. *Delovoi zhurnal NEFTEGAZ.RU [Business magazine NEFTEGAZ.RU]*. 2017;5(65):86-88.
11. Piven' VF. Matematicheskiye modeli fil'tratsii zhidkosti [Mathematical models of fluid filtration]. Orel; 2015. 408 p.
12. Piven' VF. Investigation of boundary value problems for plane-parallel fluid flows in an anisotropic porous medium. *Differential Equations*, 2009;9(45):1313-1325. DOI: 10.1134/S0012266109090079
13. Belotserkovskii SM., Lifanov IK. Chislennyye metody v singulyarnykh integral'nykh uravneniyakh [Numerical methods in singular integral equations]. Moscow; 1985. 256 p.
14. Lifanov IK. Metod singulyarnykh integral'nykh uravnenii i chislennyi eksperiment (v matematicheskoi fizike, aerodinamike, teorii uprugosti i difraktsii voln) [The Method of Singular Integral Equations and Numerical Experiment (in mathematical physics, aerodynamics, theory of elasticity and wave diffraction)]. Moscow; 1995. 520 p.
15. Charnyi IA. Podzemnaya gidrogazodinamika [Underground Fluid Dynamics]. Moscow; 1963. 397 p.
16. Fedyaev IuS. Matematicheskoe modelirovanie evolyutsii dvumernoi granitsy razdela zhidkostei razlichnoi vyazkosti v kusochno-odnorodnykh i kusochno-neodnorodnykh sloyakh grunta [Mathematical modeling of two-dimensional evolution of the interface between fluids of different viscosity in the piecewise-homogeneous and piecewise inhomogeneous layers of soil]. PhD Dissertation. Orel; 2005. 191 p.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 01.06.2026

Received June 1, 2026

Поступила после рецензирования 10.07.2026

Revised July 10, 2026

Принята к публикации 14.07.2026

Accepted July 14, 2026

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Лекомцев Денис Геннадьевич – старший преподаватель кафедры экспериментальной и теоретической физики, Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева, г. Орел, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Denis G. Lekomtsev – Senior Lecturer of the Department of Experimental and Theoretical Physics, Orel State University named after I. S. Turgenev, Orel, Russia

[К содержанию](#)